

Produit cartésien

Question : considérons l'énoncé suivant.

« Pour tous ensembles E et F , on a $E \times F = F \times E$. »

Cet énoncé est-il vrai ?

La réponse est non. Pour infirmer l'énoncé, on construit un **contre-exemple**.

On pose $E := \{0\}$ et $F := \{1\}$. On a $E \times F = \{(0, 1)\}$ et $F \times E = \{(1, 0)\}$, ce qui entraîne $E \times F \neq F \times E$.

Question : considérons l'énoncé suivant.

« Pour tous ensembles finis E et F , on a $\#(E \times F) = (\#E)(\#F)$. »

Cet énoncé est-il vrai ?

La réponse est oui. Pour montrer l'énoncé, on construit un **raisonnement**.

On observe que tout élément de $E \times F$ est un couple de la forme (x, y) où $x \in E$ et $y \in F$. On a $\#E$ choix différents pour x et $\#F$ choix différents pour y . Ceci implique l'égalité de l'énoncé.