

Démonstration par double inclusion

On souhaite démontrer la propriété suivante.

Propriété : les ensembles $A := \{x - 1 : x \in \mathbb{N}\}$ et $B := \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -1\}$ sont égaux.

Démonstration : soit $y \in A$. On peut écrire y sous la forme $y = x - 1$ pour un certain entier positif x . Ceci entraîne $y \geq -1$ et donc, $y \in B$. On a montré que $A \subset B$.

Soit $y \in B$. Alors, y est un entier supérieur à -1 . On peut écrire y sous la forme $y = x - 1$ pour un certain entier positif x . On a donc $y \in A$. On a montré que $B \subset A$.

Nous avons ainsi $A \subset B$ et $B \subset A$. En conclusion, **par le théorème de la double inclusion**, on a $A = B$.