Démonstrations

Nous ferons dans cet enseignement un certain nombre de démonstrations.

Une démonstration est un texte dont l'objectif est de montrer qu'un énoncé mathématique est vrai. Un énoncé mathématique se traduit par une formule et une interprétation.

Considérons l'énoncé suivant : « Tout entier multiple de quatre est pair. ».

Il se traduit par la formule $F := \forall x (Q(x) \to P(x))$ munie de l'interprétation I de domaine $\mathbb{Z}$ où $Q(x)$ donne 1 si l'entier x est multiple de 4 et $P(x)$ donne 1 si l'entier x est pair.

Il est impossible de montrer que F s'évalue en 1 sous I en regardant ce qu'il se passe pour toutes les valeurs du domaine car ce dernier est infini.

Il est donc nécessaire de recourir à un raisonnement.

Le voici : « Soit $x \in \mathbb{Z}$. Si x est un multiple de 4, alors on a $x = 4y$ pour un certain $y \in \mathbb{Z}$. Ainsi, $x = 2(2y)$, ce qui montre que x est pair. »

Démonstrations

Dans certains cas, nous aurons à faire à des énoncés mathématiques qu'il faudra infirmer, c'est-à-dire démontrer qu'ils sont faux.

Démonstrations

Dans certains cas, nous aurons à faire à des énoncés mathématiques qu'il faudra infirmer, c'est-à-dire démontrer qu'ils sont faux.

Il existe pour cela la notion de contre-exemple.

Démonstrations

Dans certains cas, nous aurons à faire à des énoncés mathématiques qu'il faudra infirmer, c'est-à-dire démontrer qu'ils sont faux.

Il existe pour cela la notion de contre-exemple.

Considérons l'énoncé suivant : « Tout nombre impair supérieur à trois est premier. ».

Démonstrations

Dans certains cas, nous aurons à faire à des énoncés mathématiques qu'il faudra infirmer, c'est-à-dire démontrer qu'ils sont faux.

Il existe pour cela la notion de contre-exemple.

Considérons l'énoncé suivant : « Tout nombre impair supérieur à trois est premier. ».

Il se traduit par la formule $F := \forall x((S(x) \wedge M(x)) \to P(x))$ munie de l'interprétation I de domaine $\mathbb{N}$ où $S(x)$ donne 1 si l'entier x est supérieur à 3, $M(x)$ donne 1 si l'entier x est impair et $P(x)$ vaut 1 si l'entier x est premier.

Démonstrations

Dans certains cas, nous aurons à faire à des énoncés mathématiques qu'il faudra infirmer, c'est-à-dire démontrer qu'ils sont faux.

Il existe pour cela la notion de contre-exemple.

Considérons l'énoncé suivant : « Tout nombre impair supérieur à trois est premier. ».

Il se traduit par la formule $F := \forall x((S(x) \wedge M(x)) \rightarrow P(x))$ munie de l'interprétation I de domaine $\mathbb{N}$ où $S(x)$ donne 1 si l'entier x est supérieur à 3, $M(x)$ donne 1 si l'entier x est impair et $P(x)$ vaut 1 si l'entier x est premier.

La formule F s'évalue en 0 sous I car, pour $x := 9$, on a bien $x \geqslant 3$ et x impair mais x n'est pas premier. L'élément 9 du domaine constitue un contre-exemple pour l'énoncé ci-dessus.