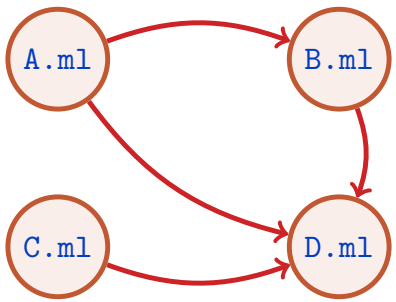
Ordre de compilation

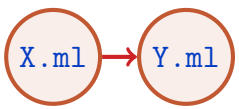
À la différence de certains autres langages, il est impossible de construire le fichier objet d'un fichier `X.ml` qui inclut `Y.ml` avant d'avoir produit celui de `Y.ml`.

Ordre de compilation

À la différence de certains autres langages, il est impossible de construire le fichier objet d'un fichier `X.ml` qui inclut `Y.ml` avant d'avoir produit celui de `Y.ml`.

Considérons le graphe d'inclusions suivant :



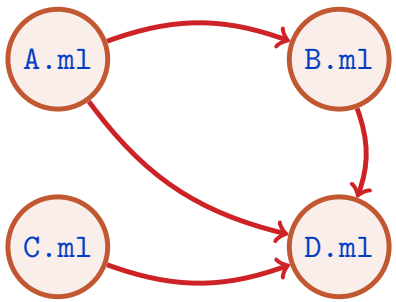
Toute flèche 

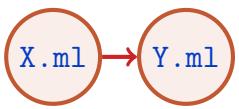
signifie que le fichier `X.ml` inclut le fichier `Y.ml`.

Ordre de compilation

À la différence de certains autres langages, il est impossible de construire le fichier objet d'un fichier `X.ml` qui inclut `Y.ml` avant d'avoir produit celui de `Y.ml`.

Considérons le graphe d'inclusions suivant :



Toute flèche 

signifie que le fichier `X.ml` inclut le fichier `Y.ml`.

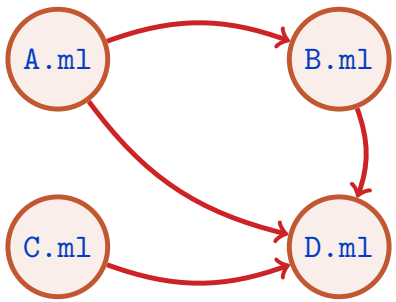
Dans cet exemple, on a les trois ordres suivants possibles :

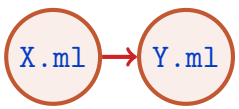
- `D.ml`, `C.ml`, `B.ml`, `A.ml` ;
- `D.ml`, `B.ml`, `C.ml`, `A.ml` ;
- `D.ml`, `B.ml`, `A.ml`, `C.ml`.

Ordre de compilation

À la différence de certains autres langages, il est impossible de construire le fichier objet d'un fichier `X.ml` qui inclut `Y.ml` avant d'avoir produit celui de `Y.ml`.

Considérons le graphe d'inclusions suivant :



Toute flèche 

signifie que le fichier `X.ml` inclut le fichier `Y.ml`.

Il faut donc compiler le projet dans l'ordre dicté par un **tri topologique** du graphe dual du graphe d'inclusions du projet.

Dans cet exemple, on a les trois ordres suivants possibles :

- `D.ml`, `C.ml`, `B.ml`, `A.ml` ;
- `D.ml`, `B.ml`, `C.ml`, `A.ml` ;
- `D.ml`, `B.ml`, `A.ml`, `C.ml`.

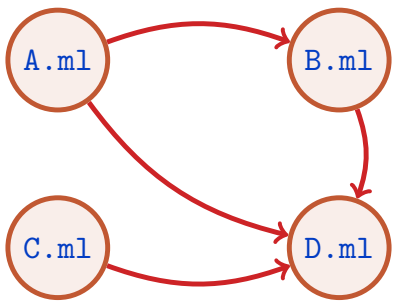
Calcul des dépendances automatisé

L'utilitaire `ocamldep` permet de calculer les dépendances des fichiers d'un projet en un format utilisable par `make`.

Calcul des dépendances automatisé

L'utilitaire `ocamldep` permet de calculer les dépendances des fichiers d'un projet en un format utilisable par `make`.

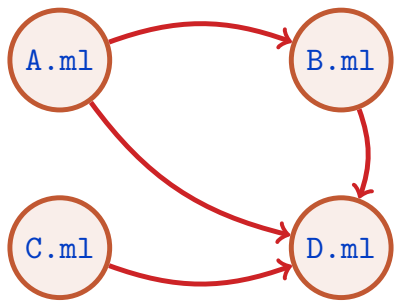
Reprenons le graphe d'inclusions



Calcul des dépendances automatisé

L'utilitaire `ocamldep` permet de calculer les dépendances des fichiers d'un projet en un format utilisable par `make`.

Reprenons le graphe d'inclusions



La commande `ocamldep *.ml` affiche

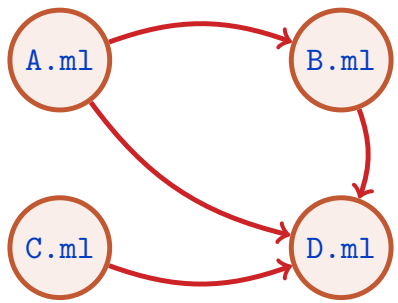
```
A.cmo: D.cmo B.cmo
A.cmx: D.cmx B.cmx
B.cmo: D.cmo
B.cmx: D.cmx
C.cmo: D.cmo
C.cmx: D.cmx
```

```
D.cmo:
D.cmx:
```

Calcul des dépendances automatisé

L'utilitaire `ocamldep` permet de calculer les dépendances des fichiers d'un projet en un format utilisable par `make`.

Reprenons le graphe d'inclusions



La commande `ocamldep *.ml` affiche

```
A.cmo: D.cmo B.cmo
A.cmx: D.cmx B.cmx
B.cmo: D.cmo
B.cmx: D.cmx
C.cmo: D.cmo
C.cmx: D.cmx
D.cmo:
D.cmx:
```

Il est ainsi possible d'écrire des `Makefile` génériques en appelant, à l'intérieur, `ocamldep`.

Plan

Plan

L'algèbre des types

En programmation (fonctionnelle), un type est un ensemble de valeurs.

L'algèbre des types

En programmation (fonctionnelle), un type est un ensemble de valeurs.

Dire qu'un identificateur `x` est de type `T` signifie que la valeur de `x` est dans `T`.

L'algèbre des types

En programmation (fonctionnelle), un type est un ensemble de valeurs.

Dire qu'un identificateur `x` est de type `T` signifie que la valeur de `x` est dans `T`.

Il existe deux sortes de types :

1. les types scalaires, qui sont des types atomiques et définis à l'avance dans le langage ;

L'algèbre des types

En programmation (fonctionnelle), un type est un ensemble de valeurs.

Dire qu'un identificateur `x` est de type `T` signifie que la valeur de `x` est dans `T`.

Il existe deux sortes de types :

1. les types scalaires, qui sont des types atomiques et définis à l'avance dans le langage ;
2. les types construits, qui sont des constructions faisant intervenir des types scalaires ou construits et des **opérateurs de types**.

L'algèbre des types

En programmation (fonctionnelle), un type est un ensemble de valeurs.

Dire qu'un identificateur `x` est de type `T` signifie que la valeur de `x` est dans `T`.

Il existe deux sortes de types :

1. les types scalaires, qui sont des types atomiques et définis à l'avance dans le langage ;
2. les types construits, qui sont des constructions faisant intervenir des types scalaires ou construits et des **opérateurs de types**.

Les types peuvent avoir des relations entre eux (p.ex., un type `T` peut être un sous-ensemble d'un type `S`).

L'algèbre des types

En programmation (fonctionnelle), un type est un ensemble de valeurs.

Dire qu'un identificateur `x` est de type `T` signifie que la valeur de `x` est dans `T`.

Il existe deux sortes de types :

1. les types scalaires, qui sont des types atomiques et définis à l'avance dans le langage ;
2. les types construits, qui sont des constructions faisant intervenir des types scalaires ou construits et des **opérateurs de types**.

Les types peuvent avoir des relations entre eux (p.ex., un type `T` peut être un sous-ensemble d'un type `S`).

L'ensemble des types d'un langage et des opérateurs de types est son algèbre des types.

L'algèbre des types

La définition d'un nouveau type `ID` se fait par

```
type ID = OP
```

où `OP` fait intervenir des types et des opérateurs de types.

L'algèbre des types

La définition d'un nouveau type `ID` se fait par

```
type ID = OP
```

où `OP` fait intervenir des types et des opérateurs de types.

On rappelle que les types scalaires dont nous disposons sont

`int`, `float`, `char`, `string`, `bool`, `unit`.

L'algèbre des types

La définition d'un nouveau type `ID` se fait par

```
type ID = OP
```

où `OP` fait intervenir des types et des opérateurs de types.

On rappelle que les types scalaires dont nous disposons sont

`int`, `float`, `char`, `string`, `bool`, `unit`.

Voici les opérateurs de types que l'on va considérer :

Opérateur	Arité	Nom
`->`	2	Flèche
`*`	$\geqslant 2$	Produit cartésien
`{}`	$\geqslant 1$	Produit nommé
`|`	$\geqslant 1$	Somme

Plan

Produit cartésien

Étant donnés deux types `T1` et `T2`,

```
T1 * T2
```

désigne le type **produit cartésien** de `T1` et `T2`.

Produit cartésien

Étant donnés deux types `T1` et `T2`,

```
T1 * T2
```

désigne le type **produit cartésien** de `T1` et `T2`.

Il contient pour valeurs les couples `(e1, e2)` où `e1` (resp. `e2`) est de type `T1` (resp. `T2`).

Produit cartésien

Étant donnés deux types `T1` et `T2`,

`T1 * T2`

désigne le type **produit cartésien** de `T1` et `T2`.

Il contient pour valeurs les couples `(e1, e2)` où `e1` (resp. `e2`) est de type `T1` (resp. `T2`).

```
# type point = int * int;;
type point = int * int
```

Le type `point` contient tous les couples à coordonnées entières.

Produit cartésien

Étant donnés deux types `T1` et `T2`,

`T1 * T2`

désigne le type **produit cartésien** de `T1` et `T2`.

Il contient pour valeurs les couples `(e1, e2)` où `e1` (resp. `e2`) est de type `T1` (resp. `T2`).

```
# type point = int * int;;
type point = int * int
```

Le type `point` contient tous les couples à coordonnées entières.

Un couple s'écrit

`(e1, e2)`

Les parenthèses sont facultatives.

Produit cartésien

Étant donnés deux types `T1` et `T2`,

`T1 * T2`

désigne le type **produit cartésien** de `T1` et `T2`.

Il contient pour valeurs les couples `(e1, e2)` où `e1` (resp. `e2`) est de type `T1` (resp. `T2`).

```
# type point = int * int;;
type point = int * int
```

Le type `point` contient tous les couples à coordonnées entières.

Un couple s'écrit

`(e1, e2)`

Les parenthèses sont facultatives.

```
# (3.5, 21);;
- : float * int = (3.5, 21)
```

Produit cartésien

Étant donnés deux types `T1` et `T2`,

`T1 * T2`

désigne le type **produit cartésien** de `T1` et `T2`.

Il contient pour valeurs les couples `(e1, e2)` où `e1` (resp. `e2`) est de type `T1` (resp. `T2`).

```
# type point = int * int;;
type point = int * int
```

Le type `point` contient tous les couples à coordonnées entières.

Un couple s'écrit

`(e1, e2)`

Les parenthèses sont facultatives.

```
# (3.5, 21);;
- : float * int = (3.5, 21)
```

```
# ((), ((), ()));;
- : unit * (unit * unit) = ((), ((), ()))
#  (((), ()), ());;
- : (unit * unit) * unit = (((), ()), ())
```

Accès aux coordonnées d'un couple

Si `c` est un couple, on accède à sa 1re coordonnée par `(fst c)` et à sa 2e coordonnée par `(snd c)`.

Accès aux coordonnées d'un couple

Si `c` est un couple, on accède à sa 1re coordonnée par `(fst c)` et à sa 2e coordonnée par `(snd c)`.

```
# let add c =
      (fst c) + (snd c);;
val add : int * int -> int = <fun>
```

Accès aux coordonnées d'un couple

Si `c` est un couple, on accède à sa 1re coordonnée par `(fst c)` et à sa 2e coordonnée par `(snd c)`.

```
# let add c =
      (fst c) + (snd c);;
val add : int * int -> int = <fun>

# (add (2, 4));;
- : int = 6
```

Accès aux coordonnées d'un couple

Si `c` est un couple, on accède à sa 1re coordonnée par `(fst c)` et à sa 2e coordonnée par `(snd c)`.

```
# let add c =
      (fst c) + (snd c);;
val add : int * int -> int = <fun>

# (add (2, 4));;
- : int = 6
```

L'opérateur de types `*` est prioritaire face à `->`.

Accès aux coordonnées d'un couple

Si `c` est un couple, on accède à sa 1re coordonnée par `(fst c)` et à sa 2e coordonnée par `(snd c)`.

```
# let add c =
      (fst c) + (snd c);;
val add : int * int -> int = <fun>

# (add (2, 4));;
- : int = 6
```

L'opérateur de types `*` est prioritaire face à `->`.

Il existe un moyen plus élégant (et plus général) pour accéder aux coordonnées de `c` au moyen de

```
let (c1, c2) = c in ...
```

```
# let add c =
      let (c1, c2) = c in
      c1 + c2;;
val add : int * int -> int = <fun>
```

Non associativité du produit cartésien

Considérons les fonctions

```
# let conc_21 x =
      let (x1, x2) = x in
          let (x11, x12) = x1 in
              x11 ^ x2 ^ x12;;
```

Non associativité du produit cartésien

Considérons les fonctions

```
# let conc_21 x =
      let (x1, x2) = x in
          let (x11, x12) = x1 in
              x11 ^ x2 ^ x12;;
val conc_21 : (string * string) * string -> string = <fun>
```

Non associativité du produit cartésien

Considérons les fonctions

```
# let conc_21 x =
      let (x1, x2) = x in
          let (x11, x12) = x1 in
              x11 ^ x2 ^ x12;;
val conc_21 : (string * string) * string -> string = <fun>
# (conc_21 (("a", "b"), "c"));;
- : string = "acb"
```

Non associativité du produit cartésien

Considérons les fonctions

```
# let conc_21 x =
      let (x1, x2) = x in
          let (x11, x12) = x1 in
              x11 ^ x2 ^ x12;;
val conc_21 : (string * string) * string -> string = <fun>
# (conc_21 (("a", "b"), "c"));;
- : string = "acb"
```

et

```
# let conc_12 x =
      let (x1, x2) = x in
          let (x21, x22) = x2 in
              x21 ^ x1 ^ x22;;
```

Non associativité du produit cartésien

Considérons les fonctions

```
# let conc_21 x =
      let (x1, x2) = x in
          let (x11, x12) = x1 in
              x11 ^ x2 ^ x12;;
val conc_21 : (string * string) * string -> string = <fun>
# (conc_21 (("a", "b"), "c"));;
- : string = "acb"
```

et

```
# let conc_12 x =
      let (x1, x2) = x in
          let (x21, x22) = x2 in
              x21 ^ x1 ^ x22;;
val conc_12 : string * (string * string) -> string = <fun>
```

Non associativité du produit cartésien

Considérons les fonctions

```
# let conc_21 x =
      let (x1, x2) = x in
          let (x11, x12) = x1 in
              x11 ^ x2 ^ x12;;
val conc_21 : (string * string) * string -> string = <fun>
# (conc_21 (("a", "b"), "c"));;
- : string = "acb"
```

et

```
# let conc_12 x =
      let (x1, x2) = x in
          let (x21, x22) = x2 in
              x21 ^ x1 ^ x22;;
val conc_12 : string * (string * string) -> string = <fun>
# (conc_12 ("a", ("b", "c")));;
- : string = "bac"
```

Non associativité du produit cartésien

Considérons les fonctions

```
# let conc_21 x =
      let (x1, x2) = x in
          let (x11, x12) = x1 in
              x11 ^ x2 ^ x12;;
val conc_21 : (string * string) * string -> string = <fun>
# (conc_21 (("a", "b"), "c"));;
- : string = "acb"
```

et

```
# let conc_12 x =
      let (x1, x2) = x in
          let (x21, x22) = x2 in
              x21 ^ x1 ^ x22;;
val conc_12 : string * (string * string) -> string = <fun>
# (conc_12 ("a", ("b", "c")));;
- : string = "bac"
```

Ces deux fonctions ne sont pas du même type car l'opérateur de types `*` est non associatif. En effet, les types `(string * string) * string` et `string * (string * string)` sont différents.

n-uplets

Étant donnés des types `T1`, ..., `Tn`,

```
T1 * ... * Tn
```

désigne le type **produit cartésien généralisé** de `T1`, ..., `Tn`.

n-uplets

Étant donnés des types `T1`, ..., `Tn`,

```
T1 * ... * Tn
```

désigne le type **produit cartésien généralisé** de `T1`, ..., `Tn`.

Il contient pour valeurs les *n*-uplets `(e1, ..., en)` où pour tout $1 \leqslant$ `i` $\leqslant$ `n`, `ei` est de type `Ti`.

n-uplets

Étant donnés des types `T1`, ..., `Tn`,

```
T1 * ... * Tn
```

désigne le type **produit cartésien généralisé** de `T1`, ..., `Tn`.

Il contient pour valeurs les *n*-uplets `(e1, ..., en)` où pour tout $1 \leqslant i \leqslant n$, `ei` est de type `Ti`.

```
# type c = int * unit * (int -> char);;
type c = int * unit * (int -> char)
```

n-uplets

Étant donnés des types `T1`, ..., `Tn`,

`T1 * ... * Tn`

désigne le type **produit cartésien généralisé** de `T1`, ..., `Tn`.

Il contient pour valeurs les *n*-uplets `(e1, ..., en)` où pour tout $1 \leqslant i \leqslant n$, `ei` est de type `Ti`.

```
# type c = int * unit * (int -> char);;
type c = int * unit * (int -> char)
```

Un *n*-uplet s'écrit

`(e1, ..., en)`

Les parenthèses sont facultatives.

n-uplets

Étant donnés des types `T1`, ..., `Tn`,

`T1 * ... * Tn`

désigne le type **produit cartésien généralisé** de `T1`, ..., `Tn`.

Il contient pour valeurs les *n*-uplets `(e1, ..., en)` où pour tout $1 \leqslant$ `i` $\leqslant$ `n`, `ei` est de type `Ti`.

```
# type c = int * unit * (int -> char);;
type c = int * unit * (int -> char)
```

Un *n*-uplet s'écrit

`(e1, ..., en)`

Les parenthèses sont facultatives.

```
# (0., 1, "abc", 'v');;
- : float * int * string * char = (0., 1, "abc", 'v')
```

Accès aux coordonnées d'un n-uplet

Il n'est pas possible d'utiliser `fst` ni `snd` pour accéder aux coordonnées d'un n-uplet.

Accès aux coordonnées d'un n-uplet

Il n'est pas possible d'utiliser `fst` ni `snd` pour accéder aux coordonnées d'un n-uplet.

Si `c` est un n-uplet, on accède à ses coordonnées au moyen de

```
let (e1, ..., en) = c in ...
```

Accès aux coordonnées d'un n-uplet

Il n'est pas possible d'utiliser `fst` ni `snd` pour accéder aux coordonnées d'un n-uplet.

Si `c` est un n-uplet, on accède à ses coordonnées au moyen de

```
let (e1, ..., en) = c in ...
```

Il est possible de ne recueillir que la k^{e} de ses coordonnées par

```
let (_, ..., _, ek, _, ..., _) = c in ...
```

Le symbole _ est un **joker**. Il ne peut pas être lié à une valeur mais accepte néanmoins syntaxiquement d'être défini.

Accès aux coordonnées d'un n-uplet

Il n'est pas possible d'utiliser `fst` ni `snd` pour accéder aux coordonnées d'un n-uplet.

Si `c` est un n-uplet, on accède à ses coordonnées au moyen de

```
let (e1, ..., en) = c in ...
```

Il est possible de ne recueillir que la k^e de ses coordonnées par

```
let (_, ..., _, ek, _, ..., _) = c in ...
```

```
# let (_, _, x, _, _) = (1, 2, 3, 4, 5) in x + 10;;
```

Le symbole _ est un **joker**. Il ne peut pas être lié à une valeur mais accepte néanmoins syntaxiquement d'être défini.

Accès aux coordonnées d'un n-uplet

Il n'est pas possible d'utiliser `fst` ni `snd` pour accéder aux coordonnées d'un n-uplet.

Si `c` est un n-uplet, on accède à ses coordonnées au moyen de

```
let (e1, ..., en) = c in ...
```

Il est possible de ne recueillir que la k^{e} de ses coordonnées par

```
let (_, ..., _, ek, _, ..., _) = c in ...
```

```
# let (_, _, x, _, _) = (1, 2, 3, 4, 5) in x + 10;;
- : int = 13
```

Le symbole _ est un **joker**. Il ne peut pas être lié à une valeur mais accepte néanmoins syntaxiquement d'être défini.

Produit nommé

Étant donnés des types `T1`, ..., `Tn` et des identificateurs `ID1`, ..., `IDn`,

$$\{\texttt{ID1 : T1 ; ... ; IDn : Tn}\}$$

désigne le type **produit nommé** de `T1`, ..., `Tn`.

Produit nommé

Étant donnés des types `T1`, ..., `Tn` et des identificateurs `ID1`, ..., `IDn`,

$$\{\texttt{ID1 : T1 ; ... ; IDn : Tn}\}$$

désigne le type **produit nommé** de `T1`, ..., `Tn`.

Il contient pour valeurs les enregistrements dont les **champs** sont `ID1`, ..., `IDn` de types respectifs `T1`, ..., `Tn`.

Produit nommé

Étant donnés des types `T1`, ..., `Tn` et des identificateurs `ID1`, ..., `IDn`,

$$\{\texttt{ID1 : T1 ; ... ; IDn : Tn}\}$$

désigne le type **produit nommé** de `T1`, ..., `Tn`.

Il contient pour valeurs les enregistrements dont les **champs** sont `ID1`, ..., `IDn` de types respectifs `T1`, ..., `Tn`.

```
# type personne = {nom : string ; age : int};;
type personne = { nom : string; age : int; }
```

Produit nommé

Étant donnés des types `T1`, ..., `Tn` et des identificateurs `ID1`, ..., `IDn`,

$$\{\texttt{ID1 : T1 ; ... ; IDn : Tn}\}$$

désigne le type **produit nommé** de `T1`, ..., `Tn`.

Il contient pour valeurs les enregistrements dont les **champs** sont `ID1`, ..., `IDn` de types respectifs `T1`, ..., `Tn`.

```
# type personne = {nom : string ; age : int};;
type personne = { nom : string; age : int; }
```

Un enregistrement s'écrit

$$\{\texttt{ID1 = V1 ; ... ; IDn = Vn}\}$$

où `V1`, ..., `Vn` sont des valeurs de types respectifs `T1`, ..., `Tn`.

Produit nommé

Étant donnés des types `T1`, ..., `Tn` et des identificateurs `ID1`, ..., `IDn`,

$$\{\texttt{ID1 : T1 ; ... ; IDn : Tn}\}$$

désigne le type **produit nommé** de `T1`, ..., `Tn`.

Il contient pour valeurs les enregistrements dont les **champs** sont `ID1`, ..., `IDn` de types respectifs `T1`, ..., `Tn`.

```
# type personne = {nom : string ; age : int};;
type personne = { nom : string; age : int; }
```

Un enregistrement s'écrit

$$\{\texttt{ID1 = V1 ; ... ; IDn = Vn}\}$$

où `V1`, ..., `Vn` sont des valeurs de types respectifs `T1`, ..., `Tn`.

```
# {nom = "Haskell Curry" ; age = 81};;
- : personne = {nom = "Haskell Curry"; age = 81}
```

Accès aux champs d'un enregistrement

On accède au champ `c` d'un enregistrement `e` par

```
e.c
```

Accès aux champs d'un enregistrement

On accède au champ `c` d'un enregistrement `e` par

`e.c`

```
# let p = {nom = "Alan Turing"; age = 41} in p.nom;;
- : string = "Alan Turing"
```

Accès aux champs d'un enregistrement

On accède au champ `c` d'un enregistrement `e` par

`e.c`

```
# let p = {nom = "Alan Turing"; age = 41} in p.nom;;
- : string = "Alan Turing"
```

```
# let nom_du_plus_age p1 p2 =
    if p1.age > p2.age then
        p1.nom
    else if p1.age < p2.age then
        p2.nom
    else
        "";;
val nom_du_plus_age : personne -> personne -> string = <fun>
```

« Modification » de champs d'un enregistrement

En programmation fonctionnelle, étant donné un nom `x`, il est **impossible de modifier la valeur** à laquelle `x` est lié.

« Modification » de champs d'un enregistrement

En programmation fonctionnelle, étant donné un nom `x`, il est **impossible de modifier la valeur** à laquelle `x` est lié.

Pour « modifier » un enregistrement, il faut en reconstruire un en prenant compte de la modification.

« Modification » de champs d'un enregistrement

En programmation fonctionnelle, étant donné un nom `x`, il est **impossible de modifier la valeur** à laquelle `x` est lié.

Pour « modifier » un enregistrement, il faut en reconstruire un en prenant compte de la modification.

Si `e` est un enregistrement possédant (entre autres) des champs `c1`, ..., `cn`, l'expression

```
{e with c1 = v1 ; ... ; cn = vn}
```

est un enregistrement dont les valeurs des champs sont les mêmes que celles de ceux de `e`, sauf pour les champs `c1`, ..., `cn` dont les valeurs sont respectivement égales à `v1`, ..., `vn`.

« Modification » de champs d'un enregistrement

En programmation fonctionnelle, étant donné un nom `x`, il est **impossible de modifier la valeur** à laquelle `x` est lié.

Pour « modifier » un enregistrement, il faut en reconstruire un en prenant compte de la modification.

Si `e` est un enregistrement possédant (entre autres) des champs `c1`, ..., `cn`, l'expression

$$\{\texttt{e with c1 = v1 ; ... ; cn = vn}\}$$

est un enregistrement dont les valeurs des champs sont les mêmes que celles de ceux de `e`, sauf pour les champs `c1`, ..., `cn` dont les valeurs sont respectivement égales à `v1`, ..., `vn`.

```
# type point = {a : int ; b : int ; c : int};;
type point = { a : int; b : int; c : int; }
```

« Modification » de champs d'un enregistrement

En programmation fonctionnelle, étant donné un nom `x`, il est **impossible de modifier la valeur** à laquelle `x` est lié.

Pour « modifier » un enregistrement, il faut en reconstruire un en prenant compte de la modification.

Si `e` est un enregistrement possédant (entre autres) des champs `c1`, ..., `cn`, l'expression

$$\{\texttt{e with c1 = v1 ; ... ; cn = vn}\}$$

est un enregistrement dont les valeurs des champs sont les mêmes que celles de ceux de `e`, sauf pour les champs `c1`, ..., `cn` dont les valeurs sont respectivement égales à `v1`, ..., `vn`.

```
# type point = {a : int ; b : int ; c : int};;
type point = { a : int; b : int; c : int; }
# let p1 = {a = 1 ; b = 2 ; c = 3};;
val p1 : point = {a = 1; b = 2; c = 3}
```

« Modification » de champs d'un enregistrement

En programmation fonctionnelle, étant donné un nom `x`, il est **impossible de modifier la valeur** à laquelle `x` est lié.

Pour « modifier » un enregistrement, il faut en reconstruire un en prenant compte de la modification.

Si `e` est un enregistrement possédant (entre autres) des champs `c1`, ..., `cn`, l'expression

$$\{\texttt{e with c1 = v1 ; ... ; cn = vn}\}$$

est un enregistrement dont les valeurs des champs sont les mêmes que celles de ceux de `e`, sauf pour les champs `c1`, ..., `cn` dont les valeurs sont respectivement égales à `v1`, ..., `vn`.

```
# type point = {a : int ; b : int ; c : int};;
type point = { a : int; b : int; c : int; }
# let p1 = {a = 1 ; b = 2 ; c = 3};;
val p1 : point = {a = 1; b = 2; c = 3}
# let p2 = {p1 with  a = -1};;
val p2 : point = {a = -1; b = 2; c = 3}
```

« Modification » de champs d'un enregistrement

En programmation fonctionnelle, étant donné un nom `x`, il est **impossible de modifier la valeur** à laquelle `x` est lié.

Pour « modifier » un enregistrement, il faut en reconstruire un en prenant compte de la modification.

Si `e` est un enregistrement possédant (entre autres) des champs `c1`, ..., `cn`, l'expression

$$\{\texttt{e with c1 = v1 ; ... ; cn = vn}\}$$

est un enregistrement dont les valeurs des champs sont les mêmes que celles de ceux de `e`, sauf pour les champs `c1`, ..., `cn` dont les valeurs sont respectivement égales à `v1`, ..., `vn`.

```
# type point = {a : int ; b : int ; c : int};;
type point = { a : int; b : int; c : int; }
# let p1 = {a = 1 ; b = 2 ; c = 3};;
val p1 : point = {a = 1; b = 2; c = 3}
# let p2 = {p1 with  a = -1};;
val p2 : point = {a = -1; b = 2; c = 3}
# let p3 = {p1 with b = 3 ; c = 4};;
val p3 : point = {a = 1; b = 3; c = 4}
```

Contrainte sur les noms des champs

Considérons la situation suivante :

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
# let f x = x.a;;
```

Contrainte sur les noms des champs

Considérons la situation suivante :

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
# let f x = x.a;;
```

Problème : la fonction `f` ne peut pas être typée correctement. Le **champ** `a` est **commun** aux types `t1` et `t2` et ainsi, le type de l'expression `x.a` ne peut pas être déterminé.

Contrainte sur les noms des champs

Considérons la situation suivante :

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
# let f x = x.a;;
```

Problème : la fonction `f` ne peut pas être typée correctement. Le **champ** `a` est **commun** aux types `t1` et `t2` et ainsi, le type de l'expression `x.a` ne peut pas être déterminé.

L'interpréteur accepte tout de même ces commandes mais il néglige la définition du type `t1` (plus ancienne).

Contrainte sur les noms des champs

Considérons la situation suivante :

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
# let f x = x.a;;
```

Problème : la fonction `f` ne peut pas être typée correctement. Le **champ** `a` est **commun** aux types `t1` et `t2` et ainsi, le type de l'expression `x.a` ne peut pas être déterminé.

L'interpréteur accepte tout de même ces commandes mais il néglige la définition du type `t1` (plus ancienne). Ainsi,

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
type t1 = {a : int ; b : int};;
```

Contrainte sur les noms des champs

Considérons la situation suivante :

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
# let f x = x.a;;
```

Problème : la fonction `f` ne peut pas être typée correctement. Le **champ** `a` est **commun** aux types `t1` et `t2` et ainsi, le type de l'expression `x.a` ne peut pas être déterminé.

L'interpréteur accepte tout de même ces commandes mais il néglige la définition du type `t1` (plus ancienne). Ainsi,

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
type t2 = { a : int; c : char; }
```

Contrainte sur les noms des champs

Considérons la situation suivante :

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
# let f x = x.a;;
```

Problème : la fonction `f` ne peut pas être typée correctement. Le **champ** `a` est **commun** aux types `t1` et `t2` et ainsi, le type de l'expression `x.a` ne peut pas être déterminé.

L'interpréteur accepte tout de même ces commandes mais il néglige la définition du type `t1` (plus ancienne). Ainsi,

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
type t2 = { a : int; c : char; }
# let f x = x.a;;
val f : t2 -> int = <fun>
```

Contrainte sur les noms des champs

Considérons la situation suivante :

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
# let f x = x.a;;
```

Problème : la fonction `f` ne peut pas être typée correctement. Le **champ** `a` est **commun** aux types `t1` et `t2` et ainsi, le type de l'expression `x.a` ne peut pas être déterminé.

L'interpréteur accepte tout de même ces commandes mais il néglige la définition du type `t1` (plus ancienne). Ainsi,

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
type t2 = { a : int; c : char; }
# let f x = x.a;;
val f : t2 -> int = <fun>
# {a = 2 ; c = 'y'};;
- : t2 = {a = 2; c = 'y'}
```

Contrainte sur les noms des champs

Considérons la situation suivante :

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
# let f x = x.a;;
```

Problème : la fonction `f` ne peut pas être typée correctement. Le **champ** `a` est **commun** aux types `t1` et `t2` et ainsi, le type de l'expression `x.a` ne peut pas être déterminé.

L'interpréteur accepte tout de même ces commandes mais il néglige la définition du type `t1` (plus ancienne). Ainsi,

```
# type t1 = {a : int ; b : int};;
type t1 = {a : int ; b : int};;
# type t2 = {a : int ; c : char};;
type t2 = { a : int; c : char; }
# let f x = x.a;;
val f : t2 -> int = <fun>
# {a = 2 ; c = 'y'};;
- : t2 = {a = 2; c = 'y'}
# {a = 2 ; b = 3};;
Error: The record field label b belongs to the type t1
       but is mixed here with labels of type t2
```

Contrainte sur les noms des champs

Il est ainsi non recommandé de définir, dans un même espace de noms, des types produit ayant des noms de champs communs.

Contrainte sur les noms des champs

Il est ainsi non recommandé de définir, dans un même espace de noms, des types produit ayant des noms de champs communs.

Cette contrainte **ne s'applique plus** si les types sont définis dans des **fichiers différents** (car ils ont des espaces de noms différents).

Contrainte sur les noms des champs

Il est ainsi non recommandé de définir, dans un même espace de noms, des types produit ayant des noms de champs communs.

Cette contrainte **ne s'applique plus** si les types sont définis dans des **fichiers différents** (car ils ont des espaces de noms différents).

On accède alors aux noms des champs d'un enregistrement en les préfixant par `A.` s'ils sont d'un type défini dans un fichier nommé `A.ml`.

Contrainte sur les noms des champs

Il est ainsi non recommandé de définir, dans un même espace de noms, des types produit ayant des noms de champs communs.

Cette contrainte **ne s'applique plus** si les types sont définis dans des **fichiers différents** (car ils ont des espaces de noms différents).

On accède alors aux noms des champs d'un enregistrement en les préfixant par `A.` s'ils sont d'un type défini dans un fichier nommé `A.ml`.

Par exemple :

```
(* A.ml *)

type a = {a : int ; b : int};;
```

Contrainte sur les noms des champs

Il est ainsi non recommandé de définir, dans un même espace de noms, des types produit ayant des noms de champs communs.

Cette contrainte **ne s'applique plus** si les types sont définis dans des **fichiers différents** (car ils ont des espaces de noms différents).

On accède alors aux noms des champs d'un enregistrement en les préfixant par `A.` s'ils sont d'un type défini dans un fichier nommé `A.ml`.

Par exemple :

```
(* A.ml *)

type a = {a : int ; b : int};;
```

```
(* B.ml *)

type b = {a : int ; c : char};;
```

Contrainte sur les noms des champs

Il est ainsi non recommandé de définir, dans un même espace de noms, des types produit ayant des noms de champs communs.

Cette contrainte **ne s'applique plus** si les types sont définis dans des **fichiers différents** (car ils ont des espaces de noms différents).

On accède alors aux noms des champs d'un enregistrement en les préfixant par `A.` s'ils sont d'un type défini dans un fichier nommé `A.ml`.

Par exemple :

```
(* A.ml *)

type a = {a : int ; b : int};;
```

```
(* B.ml *)

type b = {a : int ; c : char};;
```

```
(* C.ml *)

open A;;
open B;;

let c1 = {B.a = 2 ; B.c = 'y'}
and c2 = {A.a = 2 ; A.b = 3};;
```

Plan

Somme

Étant donnés des identificateurs `Id1`, ..., `Idn` dont les **1^res^ lettres sont des majuscules**,

```
Id1 | ... | Idn
```

désigne le type **somme** de `Id1`, ..., `Idn`.

Somme

Étant donnés des identificateurs `Id1`, . . ., `Idn` dont les **1^res^ lettres sont des majuscules**,

```
Id1 | ... | Idn
```

désigne le type **somme** de `Id1`, . . ., `Idn`.

Il contient `n` valeurs : `Id1`, . . ., `Idn`.

Somme

Étant donnés des identificateurs `Id1`, ..., `Idn` dont les **1^res^ lettres sont des majuscules**,

```
Id1 | ... | Idn
```

désigne le type **somme** de `Id1`, ..., `Idn`.

Il contient `n` valeurs : `Id1`, ..., `Idn`.

On appelle `Id1`, ..., `Idn` des constructeurs.

Somme

Étant donnés des identificateurs `Id1`, . . ., `Idn` dont les **1^res^ lettres sont des majuscules**,

`Id1 | ... | Idn`

désigne le type **somme** de `Id1`, . . ., `Idn`.

Il contient `n` valeurs : `Id1`, . . ., `Idn`.

On appelle `Id1`, . . ., `Idn` des constructeurs.

```
# type numero = Un | Deux | Trois;;
type numero = Un | Deux | Trois
```

Somme

Étant donnés des identificateurs `Id1`, ..., `Idn` dont les **1^res^ lettres sont des majuscules**,

`Id1 | ... | Idn`

désigne le type **somme** de `Id1`, ..., `Idn`.

Il contient `n` valeurs : `Id1`, ..., `Idn`.

On appelle `Id1`, ..., `Idn` des constructeurs.

```
# type numero = Un | Deux | Trois;;
type numero = Un | Deux | Trois
```

Une **valeur** d'un type somme s'écrit via son constructeur.

Somme

Étant donnés des identificateurs `Id1`, ..., `Idn` dont les **1^res^ lettres sont des majuscules**,

`Id1 | ... | Idn`

désigne le type **somme** de `Id1`, ..., `Idn`.

Il contient `n` valeurs : `Id1`, ..., `Idn`.

On appelle `Id1`, ..., `Idn` des constructeurs.

```
# type numero = Un | Deux | Trois;;
type numero = Un | Deux | Trois
```

Une **valeur** d'un type somme s'écrit via son constructeur.

```
# Deux;;
- : numero = Deux
```

Somme

Étant donnés des identificateurs `Id1`, ..., `Idn` dont les **1^res^ lettres sont des majuscules**,

`Id1 | ... | Idn`

désigne le type **somme** de `Id1`, ..., `Idn`.

Il contient `n` valeurs : `Id1`, ..., `Idn`.

On appelle `Id1`, ..., `Idn` des constructeurs.

```
# type numero = Un | Deux | Trois;;
type numero = Un | Deux | Trois
```

Une **valeur** d'un type somme s'écrit via son constructeur.

```
# Deux;;
- : numero = Deux

# let plusieurs n =
    n = Deux || n = Trois;;
val plusieurs : numero -> bool = <fun>
```

Somme

Étant donnés des identificateurs `Id1`, ..., `Idn` dont les **1^res^ lettres sont des majuscules**,

`Id1 | ... | Idn`

désigne le type **somme** de `Id1`, ..., `Idn`.

Il contient `n` valeurs : `Id1`, ..., `Idn`.

On appelle `Id1`, ..., `Idn` des constructeurs.

```
# type numero = Un | Deux | Trois;;
type numero = Un | Deux | Trois
```

Une **valeur** d'un type somme s'écrit via son constructeur.

```
# Deux;;
- : numero = Deux
```

```
# let plusieurs n =
    n = Deux || n = Trois;;
val plusieurs : numero -> bool = <fun>
```

```
# (plusieurs Un);;
- : bool = false
```

Somme

Étant donnés des identificateurs `Id1`, ..., `Idn` dont les **1^res^ lettres sont des majuscules**,

`Id1 | ... | Idn`

désigne le type **somme** de `Id1`, ..., `Idn`.

Il contient `n` valeurs : `Id1`, ..., `Idn`.

On appelle `Id1`, ..., `Idn` des constructeurs.

```
# type numero = Un | Deux | Trois;;
type numero = Un | Deux | Trois
```

Une **valeur** d'un type somme s'écrit via son constructeur.

```
# Deux;;
- : numero = Deux

# let plusieurs n =
    n = Deux || n = Trois;;
val plusieurs : numero -> bool = <fun>
```

```
# (plusieurs Un);;
- : bool = false

# (plusieurs Trois);;
- : bool = true
```

Constructeurs avec arguments

Certains constructeurs d'un type somme peuvent avoir un argument. Un argument est une **valeur attachée à un constructeur**.

Constructeurs avec arguments

Certains constructeurs d'un type somme peuvent avoir un argument. Un argument est une **valeur attachée à un constructeur**.

Ainsi, si `Id1`, . . ., `Idn` sont des identificateurs, et `T` est un type,

```
Id1 | ...| Idk of T | ...| Idn
```

est un type somme dans lequel toute valeur `Idk` est attachée à une valeur de type `T`.

Constructeurs avec arguments

Certains constructeurs d'un type somme peuvent avoir un argument. Un argument est une **valeur attachée à un constructeur**.

Ainsi, si `Id1`, ..., `Idn` sont des identificateurs, et `T` est un type,

```
Id1 | ...| Idk of T | ...| Idn
```

est un type somme dans lequel toute valeur `Idk` est attachée à une valeur de type `T`.

```
# type nombre = Entier of int | Rationnel of int * int | Infini;;
type nombre = Entier of int | Rationnel of int * int | Infini
```

Constructeurs avec arguments

Certains constructeurs d'un type somme peuvent avoir un argument. Un argument est une **valeur attachée à un constructeur**.

Ainsi, si `Id1`, ..., `Idn` sont des identificateurs, et `T` est un type,

`Id1 | ...| Idk of T | ...| Idn`

est un type somme dans lequel toute valeur `Idk` est attachée à une valeur de type `T`.

```
# type nombre = Entier of int | Rationnel of int * int | Infini;;
type nombre = Entier of int | Rationnel of int * int | Infini
```

Une valeur d'un type somme s'écrit par son constructeur suivi de son argument (s'il en a un).

Constructeurs avec arguments

Certains constructeurs d'un type somme peuvent avoir un argument. Un argument est une **valeur attachée à un constructeur**.

Ainsi, si `Id1`, ..., `Idn` sont des identificateurs, et `T` est un type,

`Id1 | ...| Idk of T | ...| Idn`

est un type somme dans lequel toute valeur `Idk` est attachée à une valeur de type `T`.

```
# type nombre = Entier of int | Rationnel of int * int | Infini;;
type nombre = Entier of int | Rationnel of int * int | Infini
```

Une valeur d'un type somme s'écrit par son constructeur suivi de son argument (s'il en a un).

```
# (Entier 13);;
- : nombre = Entier 13
```

Constructeurs avec arguments

Certains constructeurs d'un type somme peuvent avoir un argument. Un argument est une **valeur attachée à un constructeur**.

Ainsi, si `Id1`, ..., `Idn` sont des identificateurs, et `T` est un type,

`Id1 | ...| Idk of T | ...| Idn`

est un type somme dans lequel toute valeur `Idk` est attachée à une valeur de type `T`.

```
# type nombre = Entier of int | Rationnel of int * int | Infini;;
type nombre = Entier of int | Rationnel of int * int | Infini
```

Une valeur d'un type somme s'écrit par son constructeur suivi de son argument (s'il en a un).

```
# (Entier 13);;
- : nombre = Entier 13
```

```
# (Rationnel (2, 3));;
- : nombre
    = Rationnel (2, 3)
```

Constructeurs avec arguments

Certains constructeurs d'un type somme peuvent avoir un argument. Un argument est une **valeur attachée à un constructeur**.

Ainsi, si `Id1`, ..., `Idn` sont des identificateurs, et `T` est un type,

`Id1 | ...| Idk of T | ...| Idn`

est un type somme dans lequel toute valeur `Idk` est attachée à une valeur de type `T`.

```
# type nombre = Entier of int | Rationnel of int * int | Infini;;
type nombre = Entier of int | Rationnel of int * int | Infini
```

Une valeur d'un type somme s'écrit par son constructeur suivi de son argument (s'il en a un).

```
# (Entier 13);;
- : nombre = Entier 13
```

```
# (Rationnel (2, 3));;
- : nombre
    = Rationnel (2, 3)
```

```
# Infini;;
- : nombre = Infini
```

Exemple — listes d'entiers

Une **liste d'entiers** est la liste vide ou bien une cellule contenant un entier qui est attachée à une liste d'entiers.

Exemple — listes d'entiers

Une **liste d'entiers** est la liste vide ou bien une cellule contenant un entier qui est attachée à une liste d'entiers.

Cette définition se traduit en le type somme **récursif** suivant :

```
# type liste_int = Vide | Cellule of int * liste_int;;
type liste_int = Vide | Cellule of int * liste_int
```

Exemple — listes d'entiers

Une **liste d'entiers** est la liste vide ou bien une cellule contenant un entier qui est attachée à une liste d'entiers.

Cette définition se traduit en le type somme **récursif** suivant :

```
# type liste_int = Vide | Cellule of int * liste_int;;
type liste_int = Vide | Cellule of int * liste_int
```

On construit des listes d'entiers de la manière suivante :

```
# let e1 = (Cellule (1, Vide));;
val e1 : liste_int = Cellule (1, Vide)
```

Exemple — listes d'entiers

Une **liste d'entiers** est la liste vide ou bien une cellule contenant un entier qui est attachée à une liste d'entiers.

Cette définition se traduit en le type somme **récursif** suivant :

```
# type liste_int = Vide | Cellule of int * liste_int;;
type liste_int = Vide | Cellule of int * liste_int
```

On construit des listes d'entiers de la manière suivante :

```
# let e1 = (Cellule (1, Vide));;
val e1 : liste_int = Cellule (1, Vide)

# let e2 = (Cellule (2, e1));;
val e2 : liste_int = Cellule (2, Cellule (1, Vide))
```

Exemple — listes d'entiers

Une **liste d'entiers** est la liste vide ou bien une cellule contenant un entier qui est attachée à une liste d'entiers.

Cette définition se traduit en le type somme **récursif** suivant :

```
# type liste_int = Vide | Cellule of int * liste_int;;
type liste_int = Vide | Cellule of int * liste_int
```

On construit des listes d'entiers de la manière suivante :

```
# let e1 = (Cellule (1, Vide));;
val e1 : liste_int = Cellule (1, Vide)

# let e2 = (Cellule (2, e1));;
val e2 : liste_int = Cellule (2, Cellule (1, Vide))

# let e3 = (Cellule (3, e2));;
val e3 : liste_int = Cellule (3, Cellule (2, Cellule (1, Vide)))
```

Exemple — listes d'entiers

Une **liste d'entiers** est la liste vide ou bien une cellule contenant un entier qui est attachée à une liste d'entiers.

Cette définition se traduit en le type somme **récursif** suivant :

```
# type liste_int = Vide | Cellule of int * liste_int;;
type liste_int = Vide | Cellule of int * liste_int
```

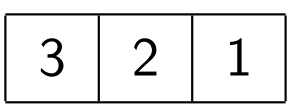
On construit des listes d'entiers de la manière suivante :

```
# let e1 = (Cellule (1, Vide));;
val e1 : liste_int = Cellule (1, Vide)

# let e2 = (Cellule (2, e1));;
val e2 : liste_int = Cellule (2, Cellule (1, Vide))

# let e3 = (Cellule (3, e2));;
val e3 : liste_int = Cellule (3, Cellule (2, Cellule (1, Vide)))
```

Le nom e3 est lié à la liste de valeur



Exemple — arbres binaires d'entiers

Un **arbre binaire d'entiers** est l'arbre vide ou bien un nœud contenant un entier qui est attaché à deux arbres binaires d'entiers.

Exemple — arbres binaires d'entiers

Un **arbre binaire d'entiers** est l'arbre vide ou bien un nœud contenant un entier qui est attaché à deux arbres binaires d'entiers.

Cette définition se traduit en le type somme **récursif** suivant :

```
# type arbre_b_int =
    Vide |
    Noeud of arbre_b_int * int * arbre_b_int;;
type arbre_b_int = Vide | Noeud of arbre_b_int * int * arbre_b_int
```

Exemple — arbres binaires d'entiers

Un **arbre binaire d'entiers** est l'arbre vide ou bien un nœud contenant un entier qui est attaché à deux arbres binaires d'entiers.

Cette définition se traduit en le type somme **récursif** suivant :

```
# type arbre_b_int =
    Vide |
    Noeud of arbre_b_int * int * arbre_b_int;;
type arbre_b_int = Vide | Noeud of arbre_b_int * int * arbre_b_int
```

On construit des arbres binaires d'entiers de la manière suivante :

```
# let a1 = (Noeud (Vide, 1, Vide));;
val a1 : arbre_b_int = Noeud (Vide, 1, Vide)
```

Exemple — arbres binaires d'entiers

Un **arbre binaire d'entiers** est l'arbre vide ou bien un nœud contenant un entier qui est attaché à deux arbres binaires d'entiers.

Cette définition se traduit en le type somme **récursif** suivant :

```
# type arbre_b_int =
    Vide |
    Noeud of arbre_b_int * int * arbre_b_int;;
type arbre_b_int = Vide | Noeud of arbre_b_int * int * arbre_b_int
```

On construit des arbres binaires d'entiers de la manière suivante :

```
# let a1 = (Noeud (Vide, 1, Vide));;
val a1 : arbre_b_int = Noeud (Vide, 1, Vide)
# let a2 = (Noeud (a1, 3, a1));;
val a2 : arbre_b_int =
  Noeud (Noeud (Vide, 1, Vide), 3, Noeud (Vide, 1, Vide))
```

Exemple — arbres binaires d'entiers

Un **arbre binaire d'entiers** est l'arbre vide ou bien un nœud contenant un entier qui est attaché à deux arbres binaires d'entiers.

Cette définition se traduit en le type somme **récursif** suivant :

```
# type arbre_b_int =
    Vide |
    Noeud of arbre_b_int * int * arbre_b_int;;
type arbre_b_int = Vide | Noeud of arbre_b_int * int * arbre_b_int
```

On construit des arbres binaires d'entiers de la manière suivante :

```
# let a1 = (Noeud (Vide, 1, Vide));;
val a1 : arbre_b_int = Noeud (Vide, 1, Vide)
# let a2 = (Noeud (a1, 3, a1));;
val a2 : arbre_b_int =
  Noeud (Noeud (Vide, 1, Vide), 3, Noeud (Vide, 1, Vide))
# let a3 = (Noeud (a2, 5, a1));;
  Noeud (Noeud (Noeud (Vide, 1, Vide), 3, Noeud (Vide, 1, Vide)), 5,
   Noeud (Vide, 1, Vide))
```

Exemple — arbres binaires d'entiers

Un **arbre binaire d'entiers** est l'arbre vide ou bien un nœud contenant un entier qui est attaché à deux arbres binaires d'entiers.

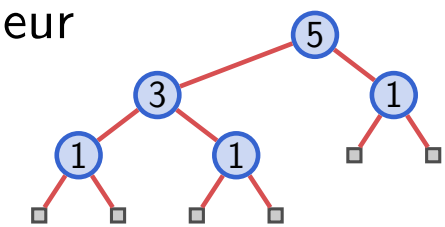
Cette définition se traduit en le type somme **récursif** suivant :

```
# type arbre_b_int =
    Vide |
    Noeud of arbre_b_int * int * arbre_b_int;;
type arbre_b_int = Vide | Noeud of arbre_b_int * int * arbre_b_int
```

On construit des arbres binaires d'entiers de la manière suivante :

```
# let a1 = (Noeud (Vide, 1, Vide));;
val a1 : arbre_b_int = Noeud (Vide, 1, Vide)
# let a2 = (Noeud (a1, 3, a1));;
val a2 : arbre_b_int =
  Noeud (Noeud (Vide, 1, Vide), 3, Noeud (Vide, 1, Vide))
# let a3 = (Noeud (a2, 5, a1));;
  Noeud (Noeud (Noeud (Vide, 1, Vide), 3, Noeud (Vide, 1, Vide)), 5,
   Noeud (Vide, 1, Vide))
```

Le nom a3 est lié l'arbre binaire de valeur



Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

Un **arbre unaire binaire d'entiers** est

- l'arbre vide ou bien

Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

Un **arbre unaire binaire d'entiers** est

- l'arbre vide ou bien
- un nœud binaire contenant un entier, attaché à deux arbres unaires binaires dont les racines sont d'arités 1 ou bien

Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

Un **arbre unaire binaire d'entiers** est

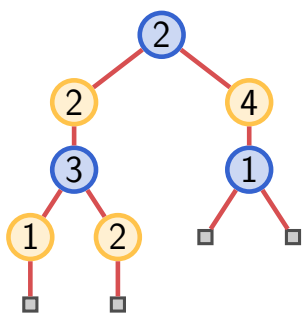
- l'arbre vide ou bien
- un nœud binaire contenant un entier, attaché à deux arbres unaires binaires dont les racines sont d'arités 1 ou bien
- un nœud unaire contenant un entier, attaché à un arbre unaire binaire dont la racine est d'arité 2.

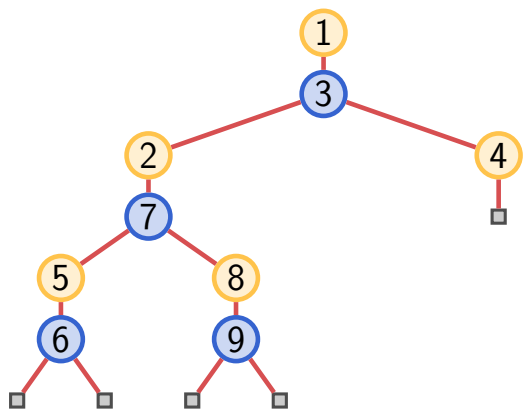
Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

Un **arbre unaire binaire d'entiers** est

- l'arbre vide ou bien
- un nœud binaire contenant un entier, attaché à deux arbres unaires binaires dont les racines sont d'arités 1 ou bien
- un nœud unaire contenant un entier, attaché à un arbre unaire binaire dont la racine est d'arité 2.

Voici p.ex. deux arbres unaires binaires, respectivement dont la racine est d'arité 2 et dont la racine est d'arité 1 :





Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

La définition de ces objets se traduit en les définitions de types suivantes.

Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

La définition de ces objets se traduit en les définitions de types suivantes.

On commence par définir deux types pour représenter les arbres unaires binaires en séparant les cas en fonction de l'arité de la racine :

```
# type arbre_1 =
    Vide1 |
    Noeud1 of int * arbre_2
and arbre_2 =
    Vide2 |
    Noeud2 of arbre_1 * int * arbre_1;;
type arbre_1 = Vide1 | Noeud1 of int * arbre_2
and arbre_2 = Vide2 | Noeud2 of arbre_1 * int * arbre_1
```

Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

La définition de ces objets se traduit en les définitions de types suivantes.

On commence par définir deux types pour représenter les arbres unaires binaires en séparant les cas en fonction de l'arité de la racine :

```
# type arbre_1 =
    Vide1 |
    Noeud1 of int * arbre_2
and arbre_2 =
    Vide2 |
    Noeud2 of arbre_1 * int * arbre_1;;
type arbre_1 = Vide1 | Noeud1 of int * arbre_2
and arbre_2 = Vide2 | Noeud2 of arbre_1 * int * arbre_1
```

Le mot-clé `and` permet de réaliser des **définitions de types simultanées** : les types `arbre_1` et `arbre_2` sont en effet mutuellement récursifs.

Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

La définition de ces objets se traduit en les définitions de types suivantes.

On commence par définir deux types pour représenter les arbres unaires binaires en séparant les cas en fonction de l'arité de la racine :

```
# type arbre_1 =
    Vide1 |
    Noeud1 of int * arbre_2
and arbre_2 =
    Vide2 |
    Noeud2 of arbre_1 * int * arbre_1;;
type arbre_1 = Vide1 | Noeud1 of int * arbre_2
and arbre_2 = Vide2 | Noeud2 of arbre_1 * int * arbre_1
```

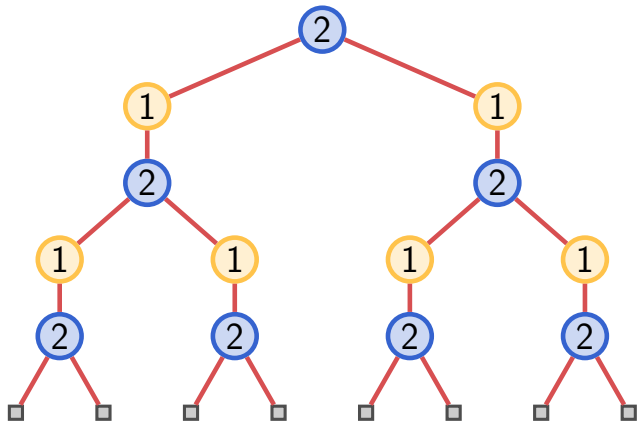
Le mot-clé `and` permet de réaliser des **définitions de types simultanées** : les types `arbre_1` et `arbre_2` sont en effet mutuellement récursifs.

On se base sur la définition des arbres unaires binaires pour construire finalement le type recherché :

```
# type arbre_12 =
    Vide |
    Arbre1 of arbre_1 |
    Arbre2 of arbre_2;;
type arbre_12 = Vide | Arbre1 of arbre_1 | Arbre2 of arbre_2
```

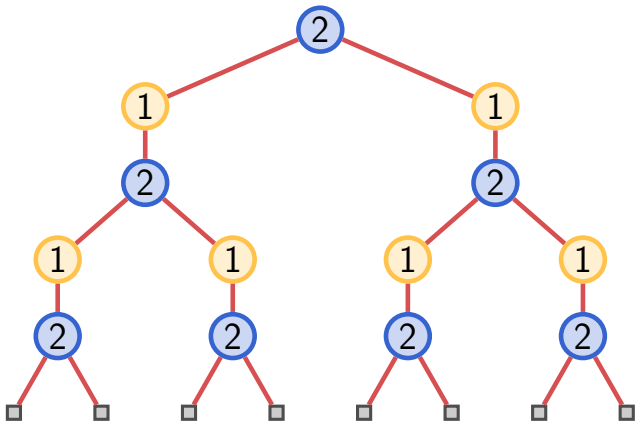
Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

Écrivons une expression de type `arbre_12` qui représente l'arbre ci-contre :



Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

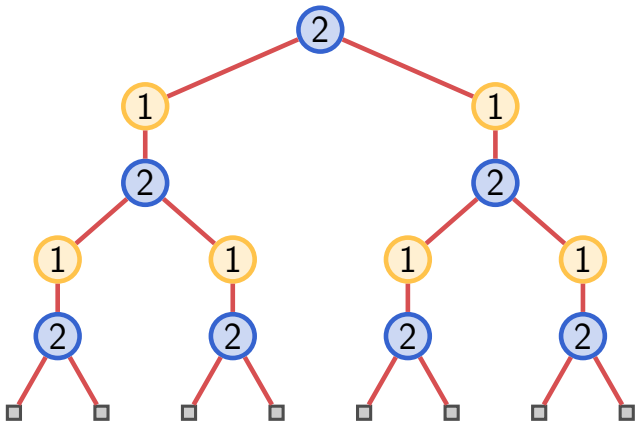
Écrivons une expression de type `arbre_12` qui représente l'arbre ci-contre :




```
# let a2 = (Noeud2 (Vide1, 2, Vide1)) in
```

Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

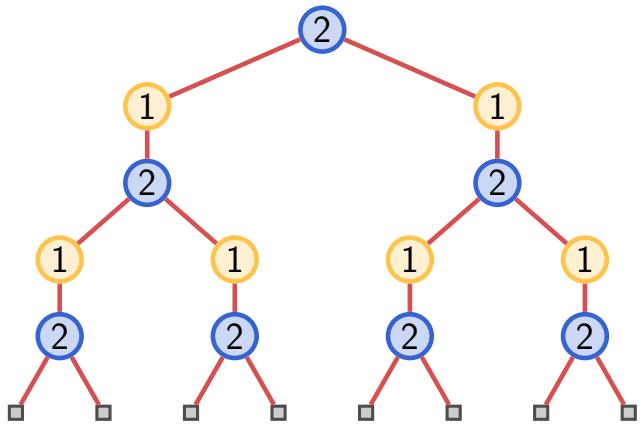
Écrivons une expression de type `arbre_12` qui représente l'arbre ci-contre :




```
# let a2 = (Noeud2 (Vide1, 2, Vide1)) in
      let a1 = (Noeud1 (1, a2)) in
```

Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

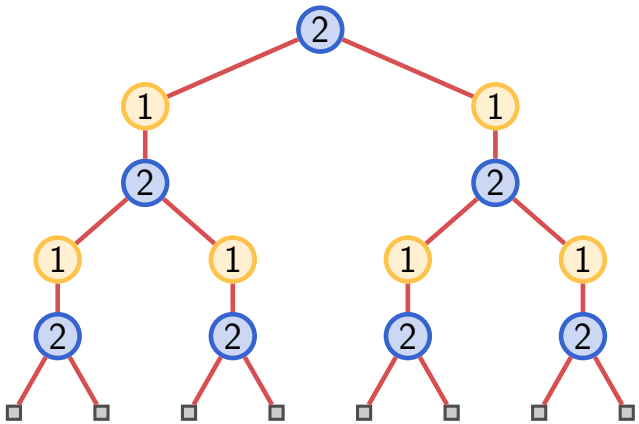
Écrivons une expression de type `arbre_12` qui représente l'arbre ci-contre :




```
# let a2 = (Noeud2 (Vide1, 2, Vide1)) in
      let a1 = (Noeud1 (1, a2)) in
          let a22 = (Noeud2 (a1, 2, a1)) in
```

Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

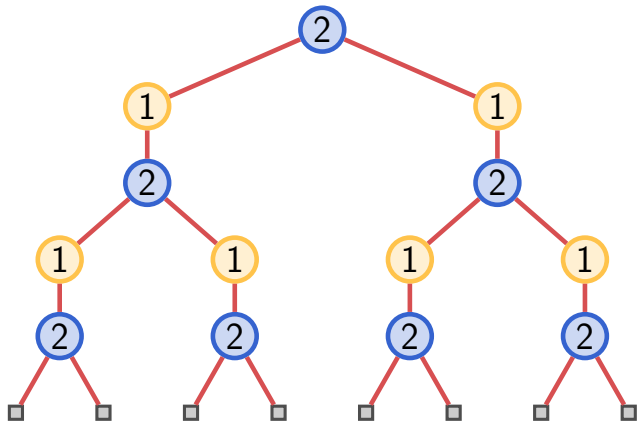
Écrivons une expression de type `arbre_12` qui représente l'arbre ci-contre :




```
# let a2 = (Noeud2 (Vide1, 2, Vide1)) in
      let a1 = (Noeud1 (1, a2)) in
          let a22 = (Noeud2 (a1, 2, a1)) in
              let a11 = (Noeud1 (1, a22)) in
```

Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

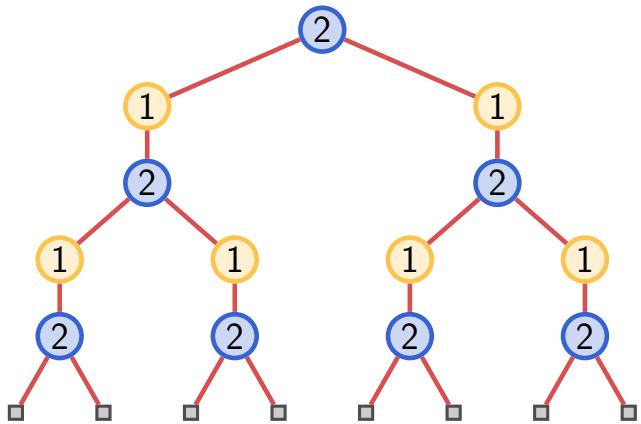
Écrivons une expression de type `arbre_12` qui représente l'arbre ci-contre :




```
# let a2 = (Noeud2 (Vide1, 2, Vide1)) in
      let a1 = (Noeud1 (1, a2)) in
          let a22 = (Noeud2 (a1, 2, a1)) in
              let a11 = (Noeud1 (1, a22)) in
                  (Arbre2 (Noeud2 (a11, 2, a11)));;
```

Exemple — arbres unaires binaires d'entiers

Écrivons une expression de type `arbre_12` qui représente l'arbre ci-contre :




```
# let a2 = (Noeud2 (Vide1, 2, Vide1)) in
      let a1 = (Noeud1 (1, a2)) in
          let a22 = (Noeud2 (a1, 2, a1)) in
              let a11 = (Noeud1 (1, a22)) in
                  (Arbre2 (Noeud2 (a11, 2, a11)));;
- : arbre_12 =
Arbre2
 (Noeud2
   (Noeud1 (1,
     Noeud2 (Noeud1 (1, Noeud2 (Vide1, 2, Vide1)), 2,
      Noeud1 (1, Noeud2 (Vide1, 2, Vide1)))),
   2,
   Noeud1 (1,
    Noeud2 (Noeud1 (1, Noeud2 (Vide1, 2, Vide1)), 2,
     Noeud1 (1, Noeud2 (Vide1, 2, Vide1))))))
```

Plan

Paramètres dans les types

Tout comme les fonctions qui admettent des paramètres (voués à être substitués par des valeurs), il est possible de définir des types avec des paramètres (voués à être substitués par des types).

Paramètres dans les types

Tout comme les fonctions qui admettent des paramètres (voués à être substitués par des valeurs), il est possible de définir des types avec des paramètres (voués à être substitués par des types).

On parle alors de types paramétrés.

Paramètres dans les types

Tout comme les fonctions qui admettent des paramètres (voués à être substitués par des valeurs), il est possible de définir des types avec des paramètres (voués à être substitués par des types).

On parle alors de types paramétrés.

La définition d'un nouveau type paramétré `ID` se fait par

```
type ('P1, ..., 'Pn) ID = OP
```

où `P1`, ..., `Pn` sont des identificateurs et `OP` fait intervenir des types, des opérateurs de types et `'P1`, ..., `'Pn`.

Paramètres dans les types

Tout comme les fonctions qui admettent des paramètres (voués à être substitués par des valeurs), il est possible de définir des types avec des paramètres (voués à être substitués par des types).

On parle alors de types paramétrés.

La définition d'un nouveau type paramétré `ID` se fait par

```
type ('P1, ..., 'Pn) ID = OP
```

où `P1`, ..., `Pn` sont des identificateurs et `OP` fait intervenir des types, des opérateurs de types et `'P1`, ..., `'Pn`.

Les `'P1`, ..., `'Pn` sont des **paramètres de types**.

Paramètres dans les types

Tout comme les fonctions qui admettent des paramètres (voués à être substitués par des valeurs), il est possible de définir des types avec des paramètres (voués à être substitués par des types).

On parle alors de types paramétrés.

La définition d'un nouveau type paramétré `ID` se fait par

```
type ('P1, ..., 'Pn) ID = OP
```

où `P1`, ..., `Pn` sont des identificateurs et `OP` fait intervenir des types, des opérateurs de types et `'P1`, ..., `'Pn`.

Les `'P1`, ..., `'Pn` sont des **paramètres de types**.

Lorsque `n = 1`, la définition se fait simplement (sans parenthèses) par

```
type 'P1 ID = OP
```

Rôle des paramètres de type

Supposons que `T` soit un type défini par

```
type ('P1, ..., 'Pn) T = OP
```

Rôle des paramètres de type

Supposons que `T` soit un type défini par

```
type ('P1, ..., 'Pn) T = OP
```

On dit que `T` **est paramétré** par `'P1`, ..., `'Pn`.

Rôle des paramètres de type

Supposons que `T` soit un type défini par

```
type ('P1, ..., 'Pn) T = OP
```

On dit que `T` **est paramétré** par `'P1`, ..., `'Pn`.

Dans la définition de `T`, les occurrences de `'Pi`, $1 \leqslant i \leqslant n$, qui y figurent peuvent se penser comme étant n'importe quel type.

Rôle des paramètres de type

Supposons que `T` soit un type défini par

```
type ('P1, ..., 'Pn) T = OP
```

On dit que `T` **est paramétré** par `'P1`, ..., `'Pn`.

Dans la définition de `T`, les occurrences de `'Pi`, $1 \leqslant i \leqslant n$, qui y figurent peuvent se penser comme étant n'importe quel type.

Un type paramétré désigne ainsi un ensemble de types.

Rôle des paramètres de type

Supposons que `T` soit un type défini par

```
type ('P1, ..., 'Pn) T = OP
```

On dit que `T` **est paramétré** par `'P1`, ..., `'Pn`.

Dans la définition de `T`, les occurrences de `'Pi`, $1 \leqslant i \leqslant n$, qui y figurent peuvent se penser comme étant n'importe quel type.

Un type paramétré désigne ainsi un ensemble de types.

Ce mécanisme de définition de types avec des paramètres permet de construire des types faisant intervenir

1. des types scalaires (vus comme **des constantes**) ;

Rôle des paramètres de type

Supposons que `T` soit un type défini par

```
type ('P1, ..., 'Pn) T = OP
```

On dit que `T` **est paramétré** par `'P1`, ..., `'Pn`.

Dans la définition de `T`, les occurrences de `'Pi`, $1 \leqslant i \leqslant n$, qui y figurent peuvent se penser comme étant n'importe quel type.

Un type paramétré désigne ainsi un ensemble de types.

Ce mécanisme de définition de types avec des paramètres permet de construire des types faisant intervenir

1. des types scalaires (vus comme **des constantes**) ;
2. des paramètres de types (vus comme **des variables**) ;

Rôle des paramètres de type

Supposons que `T` soit un type défini par

```
type ('P1, ..., 'Pn) T = OP
```

On dit que `T` **est paramétré** par `'P1`, ..., `'Pn`.

Dans la définition de `T`, les occurrences de `'Pi`, $1 \leqslant i \leqslant n$, qui y figurent peuvent se penser comme étant n'importe quel type.

Un type paramétré désigne ainsi un ensemble de types.

Ce mécanisme de définition de types avec des paramètres permet de construire des types faisant intervenir

1. des types scalaires (vus comme **des constantes**) ;
2. des paramètres de types (vus comme **des variables**) ;
3. des opérateurs de types.

Exemple — listes génériques

Le type à un paramètre

```
# type 'e liste = Vide | Cellule of 'e * 'e liste;;
type 'a liste = Vide | Cellule of 'a * 'a liste
```

permet de représenter des listes dont chaque cellule contient une valeur d'un type quelconque e. On obtient ainsi des listes génériques.

Exemple — listes génériques

Le type à un paramètre

```
# type 'e liste = Vide | Cellule of 'e * 'e liste;;
type 'a liste = Vide | Cellule of 'a * 'a liste
```

permet de représenter des listes dont chaque cellule contient une valeur d'un type quelconque e. On obtient ainsi des listes génériques.

Attention : les listes génériques sont **homogènes**, c.-à-d. les éléments de ses cellules sont d'un type quelconque mais tous d'un même type.

Exemple — listes génériques

Le type à un paramètre

```
# type 'e liste = Vide | Cellule of 'e * 'e liste;;
type 'a liste = Vide | Cellule of 'a * 'a liste
```

permet de représenter des listes dont chaque cellule contient une valeur d'un type quelconque e. On obtient ainsi des listes génériques.

Attention : les listes génériques sont **homogènes**, c.-à-d. les éléments de ses cellules sont d'un type quelconque mais tous d'un même type.

Une liste de caractères :

```
# (Cellule ('a', (Cellule ('b', Vide))));;
- : char liste = Cellule ('a', Cellule ('b', Vide))
```

Exemple — listes génériques

Le type à un paramètre

```
# type 'e liste = Vide | Cellule of 'e * 'e liste;;
type 'a liste = Vide | Cellule of 'a * 'a liste
```

permet de représenter des listes dont chaque cellule contient une valeur d'un type quelconque e. On obtient ainsi des listes génériques.

Attention : les listes génériques sont **homogènes**, c.-à-d. les éléments de ses cellules sont d'un type quelconque mais tous d'un même type.

Une liste de caractères :

```
# (Cellule ('a', (Cellule ('b', Vide))));;
- : char liste = Cellule ('a', Cellule ('b', Vide))
```

Une liste de listes d'entiers :

```
# (Cellule ((Cellule (1, Vide)), Vide));;
- : int liste liste = Cellule (Cellule (1, Vide), Vide)
```

Exemple — listes génériques

Le type à un paramètre

```
# type 'e liste = Vide | Cellule of 'e * 'e liste;;
type 'a liste = Vide | Cellule of 'a * 'a liste
```

permet de représenter des listes dont chaque cellule contient une valeur d'un type quelconque e. On obtient ainsi des listes génériques.

Attention : les listes génériques sont **homogènes**, c.-à-d. les éléments de ses cellules sont d'un type quelconque mais tous d'un même type.

Une liste de caractères :

```
# (Cellule ('a', (Cellule ('b', Vide))));;
- : char liste = Cellule ('a', Cellule ('b', Vide))
```

Une liste de listes d'entiers :

```
# (Cellule ((Cellule (1, Vide)), Vide));;
- : int liste liste = Cellule (Cellule (1, Vide), Vide)
```

Une liste dont le type des éléments n'est pas déterminé :

```
# Vide;;
- : 'a liste = Vide
```