

Automates

IR1 2010-2011

Fiche 3 - Expressions rationnelles

Points abordés

- Conversion langage vers expression rationnelle.
 - Conversion automate vers expression rationnelle.
 - Conversion expression rationnelle vers automate.
-

Exercice 1. (Expressions rationnelles associées à un langage)

Écrire des expressions rationnelles correspondant aux descriptions suivantes sur l'alphabet $A := \{a, b\}$, en utilisant uniquement les opérateurs d'union, de produit et d'étoile :

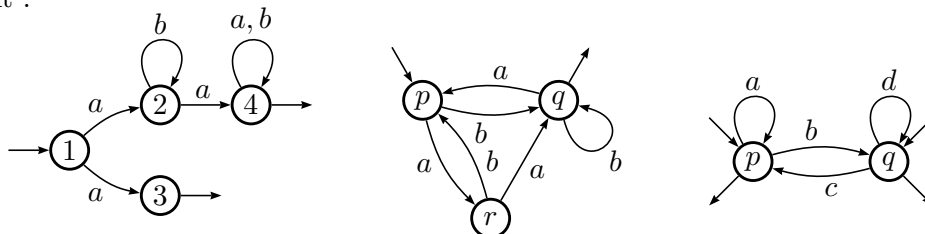
1. tous les mots sauf le mot vide ;
2. il n'y a jamais deux b consécutifs ;
3. le nombre de a est un multiple de 3 ;
4. le nombre de b consécutifs est toujours pair ;
5. tous les mots admettent un facteur aba ;
6. tous les mots admettent aa comme préfixe ainsi qu'un facteur aba .

On se place maintenant sur l'alphabet décimal D contenant les chiffres de 0 à 9. Proposer des expressions rationnelles pour :

7. les entiers positifs en base dix ;
8. les entiers négatifs en base dix (où l'on a ajouté à D la lettre « $-$ ») ;
9. les nombres à virgule en base dix, positifs ou négatifs (où l'on a ajouté à D la lettre « $,$ ») ;
10. n'importe quel nombre en base dix, positif ou négatif, entier ou à virgule.

Exercice 2. (Expressions rationnelles associées à un automate)

Donner, pour chacun des automates suivants, une expression rationnelle dénotant le langage qu'ils reconnaissent :



Exercice 3. (Automates associés à une expression rationnelle)

Pour chacune des expressions rationnelles suivantes, construire un automate reconnaissant le langage qu'elles dénotent :

1. $aba + baa + ab + bab$;
2. $(aba + baa + ab + bab)^*$;
3. $(a + b)^*aa(a + b)^*$;
4. $(a + b^*ba)^*$.

Exercice 4. (Calcul sur des expressions rationnelles)

1. Calculer une expression rationnelle dénotant le complémentaire du langage $\{ab\}^*$ sur l'alphabet $\{a, b\}$.
2. Calculer une expression rationnelle dénotant le complémentaire du langage $\{ab\}^*$ sur l'alphabet $\{a, b, c\}$.
3. Calculer une expression rationnelle dénotant l'intersection des langages $((\{b\} \cup \{\varepsilon\}) \cdot \{a\})^*$ et $(\{ba\}^*)^*$.

Exercice 5. (Égalité d'expressions rationnelles)

On considère dans cet exercice deux langages quelconques L et K sur l'alphabet $A := \{a, b\}$.

1. Démontrer, si elle est vraie, l'égalité $(L.K + L)^*.L = L.(K.L + L)^*$. Si elle est fausse, fournir un contre-exemple.
2. Démontrer, si elle est vraie, l'égalité $(L + K)^* = L^* + K^*$. Si elle est fausse, fournir un contre-exemple.
3. Traiter la question précédente dans le cas où $A := \{a\}$.