Automates

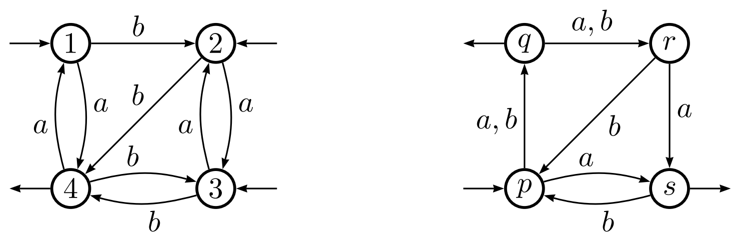
IR1 2010-2011

Fiche 2 - Déterminisation

Points abordés

- Déterminisation d'automates.
- Intersection d'automates.
- Inversion d'automates.

Exercice 1. (Déterminisation d'automates)
Déterminiser les automates suivants :



Exercice 2. (Construction d'automate déterministe)
Sur l'alphabet $\{a, b\}$, construire un automate qui reconnaît les mots qui contiennent soit au moins deux a, soit au moins deux b. Déterminiser cet automate.

Exercice 3. (Inversion d'automates)
On se place sur l'alphabet binaire $B := \{0, 1\}$.

1. Construire un automate déterministe et complet $\mathcal{A}_3$ qui reconnaît les nombres dont l'écriture binaire est multiple de 3. Pour simplifier, on ne rejette pas les nombres binaires qui commencent par des 0.
2. Construire un automate déterministe et complet $\mathcal{A}_6$ qui reconnaît les nombres dont l'écriture binaire est multiple de 6 par les deux méthodes suivantes :
   (a) directement en appliquant une construction similaire au 1 ;
   (b) en exploitant le fait qu'un nombre est multiple de 6 si et seulement si il est à la fois multiple de 3 et de 2.
3. Inverser un automate consiste à inverser le sens de toutes les transitions de l'automate, puis à transformer les états initiaux en états terminaux et les états terminaux en états initiaux. Quels sont les mots reconnus par l'inverse d'un automate $\mathcal{A}$? Si $\mathcal{A}$ est complet, l'inverse l'est-il aussi ? Si $\mathcal{A}$ est déterministe, l'inverse l'est-il aussi ?

4. Inverser $\mathcal{A}_3$ et $\mathcal{A}_6$. On note $\mathcal{B}_6$ l'inverse de $\mathcal{A}_6$.
5. Déterminiser $\mathcal{B}_6$ et l'émonder. On note $\mathcal{C}_6$ l'automate obtenu.
6. Inverser $\mathcal{C}_6$, on note $\mathcal{D}_6$ l'automate obtenu. Quel est le langage reconnu par $\mathcal{D}_6$?
7. Déterminiser $\mathcal{D}_6$ et l'émonder. Que remarque-t-on ?

Exercice 4. (Déterminisation et explosion combinatoire)
Le but de cet exercice est de montrer qu'il existe des automates qui nécessitent un nombre d'états exponentiel par rapport à leur version non-déterministe.

1. Étant donné un entier $n \geq 1$ construire un automate non-déterministe $\mathcal{A}$ sur l'alphabet $A := \{a, b\}$ avec $n+1$ états reconnaissant les mots de longueur supérieure à n tels que la n-ième lettre en partant de la fin est un a (c'est le langage A^*aA^{n-1}).
2. On suppose avoir déterminisé l'automate $\mathcal{B}$ et obtenu un automate $\mathcal{B} = (A, Q, \delta, i, F)$. On veut montrer qu'il possède au moins 2^n états. Pour tout mot u, on note $\delta^*(i, u)$ l'état où on arrive en lisant le mot u. Soient u et v deux mots distincts de longueur n. Montrez que $\delta^*(i, u) \neq \delta^*(i, v)$ (*indication : trouver un mot w tel que uw soit reconnu et pas vw*).
3. Combien il y a-t-il de mots de longueur n sur l'alphabet A ? Conclure.