Différence symétrique

Démontrons par le théorème de la double inclusion la propriété suivante.

Propriété : pour tous ensembles E et F, les ensembles $E \Delta F$ et $(E \cup F) \setminus (E \cap F)$ sont égaux.

Démonstration : soit $x \in E \Delta F$. Ainsi, x est un élément de E mais pas de F, ou bien x est un élément de F mais pas de E. En d'autres termes, x est élément de E ou de F mais pas de E et de F en même temps. On a donc $x \in (E \cup F) \setminus (E \cap F)$.

Soit $x \in (E \cup F) \setminus (E \cap F)$. Ainsi, x est élément de E ou de F mais pas de E et de F en même temps. En d'autres termes, x est un élément de E mais pas de F, ou bien x est un élément de F mais pas de E. On a donc $x \in E \Delta F$.

Par le théorème de la double inclusion, on a $E \Delta F = (E \cup F) \setminus (E \cap F)$.