

► **Exercice 1** ◀ Une entreprise étrangère de poterie fabrique des pots et des vases. La fabrication de ces produits nécessite du temps de travail (main d'œuvre), du temps de cuisson et de la matière première. Les coefficients techniques de production ainsi que les prix de vente par unité de produit sont fournis dans le tableau suivant :

produit	main d'œuvre (heures)	argile (kg)	cuisson (heures)	prix (€)
pot	0,5	1	0.8	8
vase	0,75	2	1,5	15

On a les contraintes suivantes :

- Le fournisseur d'argile peut vendre au plus 400 kg d'argile par semaine ; il le vend 1,5€ le kilo.
 - L'entreprise emploie 4 personnes qui travaillent 40 heures par semaine.
 - Le temps de disponibilité des fours est de 320 heures par semaine.
- (a) L'entreprise souhaite maximiser ses bénéfices. Modéliser le problème en programmation linéaire.
- (b) L'entreprise fait appel à un expert pour mieux gérer sa production. L'expert leur dit que sans publicité, ils ne peuvent vendre que 50 vases et 60 pots par semaine. En revanche, chaque semaine, pour chaque euro investi en publicité sur un des deux produits, on augmente la demande de 10 unités de ce produit. Comme les espaces publicitaires disponibles localement sont réduits, on ne peut dépenser plus de 100€ en publicité en tout. Modéliser le problème avec les nouveaux paramètres à prendre en compte.
- (c) Le pays passe aux 35h, mais l'entreprise peut proposer des heures supplémentaires à ses employés (qui acceptent toujours), au tarif de 6€ de l'heure. Comment modifier la formulation du problème pour tenir compte de ces changements ?

► **Exercice 2** ◀ Un avion de transport dispose de trois compartiments pour entreposer sa cargaison, une à l'avant, une au centre et une à l'arrière. Ces compartiments ont les capacités suivantes en espace et en poids :

Compartiment	Poids maximal (tonnes)	Volume de stockage (m^3)
Avant	10	6800
Centre	16	8700
Arrière	8	5300

Afin de maintenir l'équilibre du vol, le poids des marchandises entreposées dans chaque compartiment doit représenter la même proportion du poids total admis pour ce compartiment (si l'on entrepose 5 tonnes à l'avant il faudra entreposer 8 tonnes au centre et 4 tonnes à l'arrière).

Les marchandises suivantes sont prêtes à être embarquées sur le prochain vol :

Marchandise	Quantité disponible (tonnes)	Volume (m^3 /tonne)	Bénéfice (€/tonne)
M1	18	480	310
M2	15	650	380
M3	23	580	350
M4	12	390	285

On suppose que tout fractionnement de ces marchandises est possible.

- Proposer un programme linéaire déterminant un chargement maximisant le bénéfice.

► **Exercice 3** ◀ Il y a n aliments (e.g., carotte) et m nutriments (e.g., vitamine C). On aimerait composer un plat à partir des aliments de façon qu'il contienne au moins une quantité b_i donnée de chaque nutriment $i = 1, \dots, m$. Une unité de l'aliment $j = 1, \dots, n$ coûte c_j euros et contient une quantité de a_{ij} du nutriment i .

- Formuler un programme linéaire pour minimiser le coût total d'un plat composé des aliments qui satisfait les contraintes de nutrition.

► **Exercice 4** ◀ Une entreprise achète des barres d'aluminium de 3 mètres et les utilise pour découper des éléments de fenêtre dont les longueurs peuvent être de 0.50 m, 1.00 m, 1.20 m. L'entreprise doit réaliser un chantier demandant 300 éléments de 0.50 m, 130 éléments de 1.00 m et 100 éléments de 1.20 m. Les barres d'aluminium entamées ne pourront pas servir pour un autre chantier et sont considérées comme perdues. L'entreprise cherche un plan de découpe qui minimise le nombre de barres de 3 m utilisées.

- Formuler ce problème comme un programme linéaire.