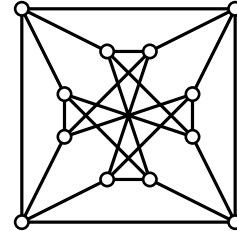
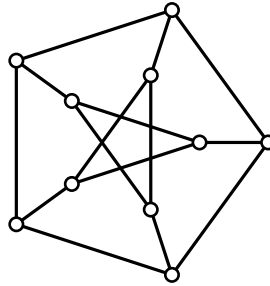
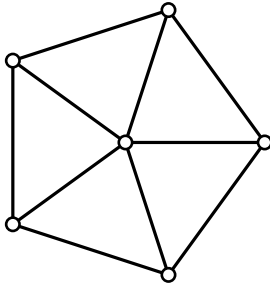


► **Exercice 1** ◀ Colorier avec un nombre minimal de couleurs les graphes suivants (on s'efforcera de justifier la minimalité) :



► **Exercice 2** ◀ Un brasseur de bière artisanale dispose de 350 kg de *malt*, 0,75 kg de *houblon* et 0,60 kg de *levure*. À partir de ces ingrédients, il peut produire deux types de bière : une bière *blonde* et une bière *brune*. La production d'un baril de bière de l'une ou l'autre sorte consomme les ressources suivantes :

- Bière blonde : 10 kg de malt, 30 g de houblon et 10 g de levure.
- Bière brune : 10 kg de malt, 10 g de houblon et 20 g de levure.

Un baril de bière blonde se vend 150 euros et un baril de bière brune se vend 100 euros. Le marché est suffisant pour absorber toute quantité que l'on peut produire de l'une ou l'autre bière. Le brasseur voudrait répartir sa production entre ces deux sortes de bière afin de maximiser le bénéfice tiré de la vente.

- (a) Proposer un programme linéaire qui modélise ce problème.
- (b) Tracer le graphe du problème et trouver l'optimum du programme.
- (c) Le prix de vente d'un baril de bière brune augmente à 200 euros. Trouver à nouveau l'optimum.

► **Exercice 3** ◄ Proposer une manière de formuler la résolution d’une grille de **Sudoku** comme un problème de coloriage de graphe. On pourra commencer par une grille de taille 4×4 .

	4		2
2		3	
	3		1
		4	3

▷ Combien de sommets et d’arêtes contient le graphe ?

▷ Combien de sommets et d’arêtes contient le graphe pour une grille classique de taille 9×9 ?

► **Exercice 4** ◄ Réécrire les formules suivantes en forme normale conjonctive (CNF) :

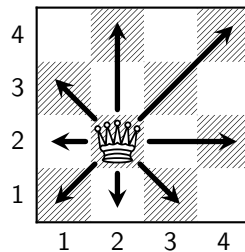
(a) $(x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)$

(b) $((x \rightarrow y) \wedge \neg y) \rightarrow x$

(c) $(x \wedge \neg y \wedge \neg z) \vee (\neg x \wedge y \wedge \neg z) \vee (\neg x \wedge \neg y \wedge z)$

► **Exercice 5** ◄ Considérer un échiquier de taille 4×4 et 4 reines. Rappelez-vous que la reine peut se déplacer en diagonale, horizontalement et verticalement, d’autant de cases qu’elle veut (voir la figure). Est-ce qu’il est possible de placer les 4 reines de manière à ce qu’aucune d’entre elles ne soit en prise?

▷ Formuler ce problème en un problème SAT.



Indice : introduisez une variable x_{ij} pour chaque case (i, j) avec l’interprétation intentionnelle

“ $x_{ij} = 1$ si et seulement si la case (i, j) contient une reine”