

Prénom, nom :

Note (sur 1) :

Question. Le principe des tiroirs de Dirichlet (the pigeonhole principle en anglais) dit que si n chaussettes (pigeons) occupent m tiroirs (nichoirs) et $n > m$, alors au moins un tiroir (nichoir) contient plus d'une chaussette (pigeon). Écrire une formule propositionnelle en CNF pour le principe des tiroirs avec $n = 4$ chaussettes et $m = 3$ tiroirs qui dit : chaque chaussette se retrouve dans un tiroir et chaque tiroir contient au plus une chaussette. (On sait alors que la formule est non-satisfaisable.)

Vous avez droit d'utiliser les 'macros' `AtLeastOne` et `AtMostOne` introduites en cours.

Réponse.

On cherche une **injection** des 4 chaussettes aux 3 tiroirs.

- **variables** : x_{ij} , $i = 1, \dots, 4$, $j = 1, \dots, 3$
- $x_{ij} = 1$ veut dire que la chaussette numéro i est dans le tiroir numéro j
- **chaque chaussette se retrouve dans un tiroir** (et un seul, on ne peut pas mettre une chaussette dans deux tiroirs différents)

$\text{AtLeastOne}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3})$ pour tout $i = 1, \dots, 4$

$\text{AtMostOne}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3})$ pour tout $i = 1, \dots, 4$

- **chaque tiroir contient au plus une chaussette**

$\text{AtMostOne}(x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}, x_{4j})$ pour tout $j = 1, \dots, 3$