

Examen d'Algorithmique Avancée IR2/IG2 – mai 2017

Les documents ne sont pas autorisés.

Important : Quand vous avez un choix dans un algorithme, traitez les données dans l'ordre lexicographique.

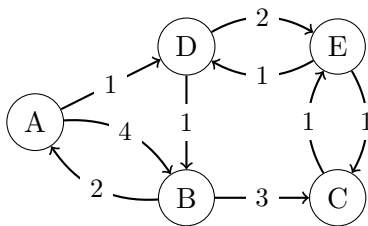
► **Exercice 1** ◀ On considère l'ensemble des tâches à effectuer $\{A, B, C, D, E, F, G\}$ et des contraintes d'ordres sur les tâches, en notant $A < B$ quand A doit être effectuée avant B :

$$C < E, B < D, B < G, A < G, D < E,$$

$$G < C, G < D, F < D.$$

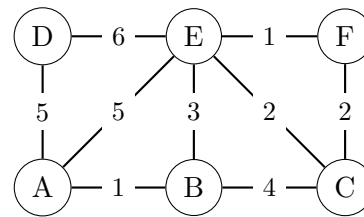
Dessinez le graphe des contraintes associé. Ecrivez l'algorithme de tri topologique, avec les détails (si vous avez besoin d'un parcours en profondeur, écrivez-le aussi). Quelle est sa complexité si les graphes sont représentés par listes d'adjacence ? Appliquez-le au graphe que vous avez obtenu.

► **Exercice 2** ◀ Appliquez l'algorithme de Dijkstra au graphe suivant, en partant du sommet A , et en indiquant à la fin les plus courts chemins trouvés :



► **Exercice 3** ◀ Ecrivez l'algorithme de Floyd-Warshall pour des graphes représentés par leur matrice d'adjacence. Quelle est sa complexité ?

► **Exercice 4** ◀ Appliquez l'algorithme de Kruskal au graphe suivant pour en calculer un arbre couvrant minimal (veillez à représenter les arbres pour la gestion des partitions d'ensemble) :



► **Exercice 5** ◀ Un pâtissier propose trois type de desserts : la religieuse, l'éclair et le brownie. Chaque pièce demande les quantités suivantes en farine, chocolat et oeufs (tout est en gramme, même les oeufs). Le tableau indique également le bénéfice net en cas de vente d'un produit, en euros.

produit	farine	chocolat	oeufs	bénéf.
éclair	10	8	15	0,60
religieuse	11	7	20	0,80
brownie	8	25	12	0,70

Le pâtissier dispose de 2 kg de farine, 1 kg de chocolat, et de 2,5 kg d'oeufs. Il cherche à maximiser ses bénéfices, en supposant qu'il vendra tout ce qu'il a produit.

(a) Reformulez le problème par un programme linéaire.

(b) La solution du programme linéaire précédent ne convient pas au pâtissier : il veut qu'il y ait suffisamment de chaque produit en vitrine à l'ouverture du magasin. Il demande donc à ce que le nombre de pièces de chaque produit soit au moins 1/10ème du nombre de pièces en vente au total. Reformulez votre programme linéaire pour tenir compte de cette exigence.

► **Exercice 6** ◀ Proposez un algorithme linéaire (en le nombre d'arcs) pour calculer les plus courts chemins dans un graphe orienté dont tous les arcs ont pour poids 1, 2 ou 3. On vous demande de justifier que votre solution est correcte, c'est-à-dire qu'elle calcule bien les plus courts chemins.