

# Maths pour l'Info 1

– L1 –  
2012-2013

---

## TD n° 2 : mots et langages

---

► **Exercice 1** ◀ Soit l'alphabet  $A = \{a, b, c\}$  et le mot  $u = aacb$ . Quels sont les préfixes de  $u$ ? quels sont ses suffixes? ses facteurs?

► **Exercice 2** ◀ Soit  $L = \{ab, ba\}$ . Parmi les mots suivants, lesquels sont dans  $L^*$ :  $abba, ababa, aabb, ababab, \varepsilon, baab, bbaabb$ ?

► **Exercice 3** ◀ Soit  $E = \{baa, ba, bba\}$  et  $F = \{b, ab\}$ , calculez  $E \cdot F$  et  $F \cdot E$ .

► **Exercice 4** ◀ Soit  $\mathcal{P}$  l'ensemble des langages ne contenant que des palindromes sur l'alphabet  $A = \{a, b, c\}$ . Est-ce que les langages suivants sont dans  $\mathcal{P}$ ?

- $L_1 = \{a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $L_2 = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $L_3 = \{a^n b a^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$
- $L_4 = \{c a^n b a^n c \mid n \in \mathbb{N}\}$

Est ce que  $\mathcal{P}$  est stable pour l'union, l'intersection, la concaténation et le passage au carré ( $L \cdot L$ )?

► **Exercice 5** ◀ Sur l'alphabet  $A = \{a, b, c\}$  quels sont les mots plus petits que  $bac$  pour l'ordre militaire (d'abord la taille puis dictionnaire)? Combien y a-t-il de mots plus petits que  $bac$  pour l'ordre lexicographique?

► **Exercice 6** ◀ On travaille sur l'alphabet  $A = \{a, b\}$ . Soit  $L = (\{a\}^* \cdot \{b\})^*$ . Montrez que  $L$  est exactement l'ensemble des mots qui ne se terminent pas par un  $a$ .

► **Exercice 7** ◀ Est-ce que la relation "est préfixe de" définie sur les mots de  $A^*$  est une relation d'ordre?

► **Exercice 8** ◀ Soit  $E = \mathcal{P} \setminus \{\emptyset\}$  l'ensemble des langages non vides. On définit l'application  $f$  de  $E$  dans  $A^*$  qui à un ensemble de mots  $X$  associe son plus petit mot pour l'ordre militaire :

$$f(X) = \min_{\text{mil}} X.$$

Est-ce que  $f$  est injective? surjective?

► **Exercice 9** ◀ Soit  $u$  un mot sur l'alphabet  $A$ , un bord de  $u$  est un mot, différent de  $u$  lui-même, qui est à la fois préfixe et suffixe de  $u$ . Quels sont tous les bords

de  $u_1 = aabaaba$  et de  $u_2 = baabaabab$ ? Montrer que la relation "est un bord de" est transitive.

► **Exercice 10** ◀ Soit  $X$  un langage. On note  $\text{Pref}(X)$  l'ensemble de tous les préfixes des mots de  $X$ . On dit qu'un langage  $X$  est préfixiel si  $X = \text{Pref}(X)$ .

Sur l'alphabet  $A = \{0, 1\}$ , le langage  $E = \{\varepsilon, 0, 01, 1, 011, 010, 01110, 01111\}$  est-il prefixiel? Le langage  $F = \{0^n 1^m \mid m, n \in \mathbb{N}\}$  est-il prefixiel?  $F = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$  est-il prefixiel?

Montrer que pour tout langage  $X$ ,  $\text{Pref}(X) = \text{Pref}(\text{Pref}(X))$ .

► **Exercice 11** ◀ Soient  $a$  et  $b$  deux lettres de  $A$  et  $w \in A^*$ . Montrer que  $aw = wb$  si et seulement si  $a = b$  et il existe  $p \in \mathbb{N}$  tel que  $w = a^p$ .