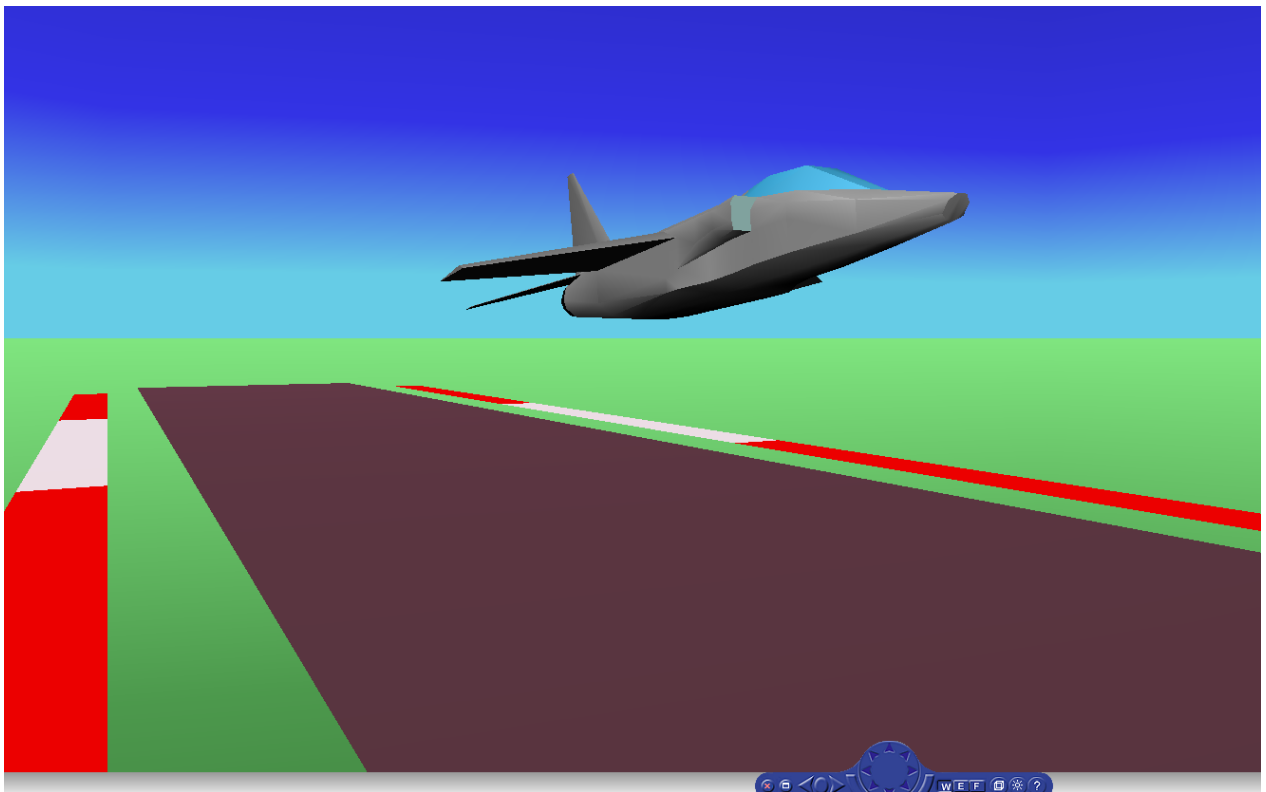


Modélisation d'un aéronef au décollage et en vitesse de croisière



Ce projet a pour but de mettre en œuvre avec Matlab/Simulink, l'étude de la trajectoire d'un aéronef vu ici comme un système complet.

1. Equations de la dynamique sur l'aéronef

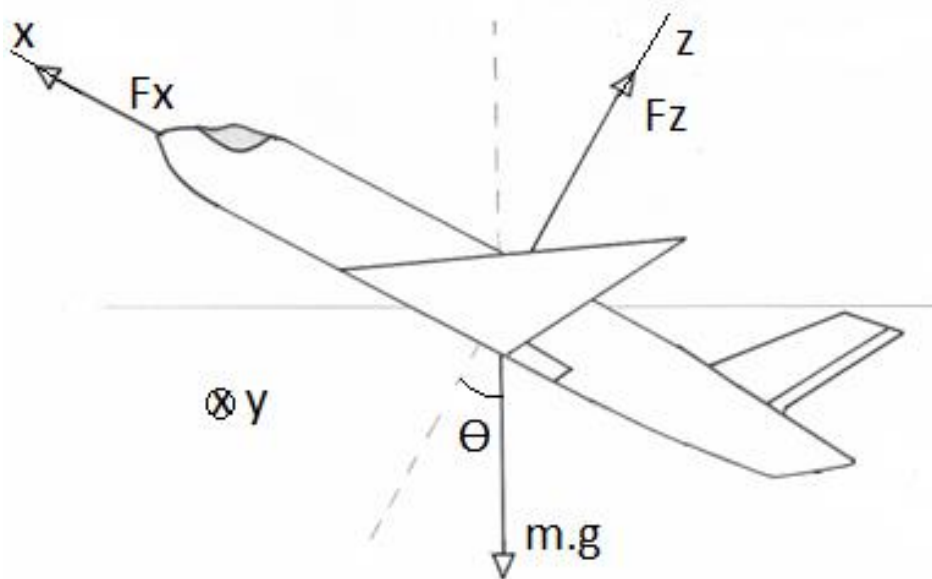
On considérera ici l'avion comme un **point matériel** de Masse 1000Kg.

Juste après le décollage l'avion est soumis à son poids selon la verticale, à sa poussée

$F_x = 3000\text{N}$ suivant l'axe des Ox dirigé selon sa vitesse, ainsi que sa trainée et à sa force de portance suivant l'axe Oz perpendiculaire à Ox.

On désigne ici θ (Théta), l'angle de l'avion (axe Ox) par rapport au sol (angle d'assiette).

On admettra que pour le décollage la force de portance verticale est liée à la poussée résultante : Poussée – Trainée.



Le vecteur vitesse est nommé \vec{V} et **vecteur accélération (Gamma)**, $\vec{\Gamma}$.

On peut écrire les 2 équations de la dynamique découlant du principe fondamental de la mécanique pour un mouvement uniformément accéléré.

- la somme des forces $\sum \vec{F} = M.\vec{\Gamma}$ avec $\vec{\Gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{\Omega} \wedge \vec{V}$

On projettera les composantes sur les axes Ox et Oz.

- La somme des couples autour de l'axe \vec{j} (rotation perpendiculaire à l'axe Oy) :

$$\sum \vec{C} = J.\theta''.\vec{j}$$

Avec J le moment d'inertie et θ l'assiette suivant Ox par rapport à l'horizontale du repère terrestre.

Compréhension des équations

On définit F_x (la poussée moins la trainée) et F_z (la portance)

$$F_x - m \cdot g \cdot \sin\theta = m \cdot \ddot{X} \quad \text{suivant l'axe } O_x$$

$$F_z - m \cdot g \cdot \cos\theta = m \cdot \ddot{Z} \quad \text{suivant l'axe } O_z$$

$$M = J \cdot \ddot{\theta} \quad \text{Suivant l'axe de rotation } OY$$

Perpendiculaire au plan de décollage défini par (O_x, O_z)

Après décomposition de l'accélération sur les axes x et z , nous obtenons :

$$\frac{F_x}{m} - g \cdot \sin\theta = u' + q \cdot w$$

$$\frac{F_z}{m} - g \cdot \cos\theta = w' - q \cdot u$$

$$M = J \cdot \theta''$$

$$u = \int u' = \frac{u'}{s} = \frac{1}{s} \left(\frac{F_x}{m} - g \cdot \sin\theta - q \cdot w \right)$$

$$w = \int w' = \frac{w'}{s} = \frac{1}{s} \left(\frac{F_z}{m} - g \cdot \cos\theta + q \cdot u \right)$$

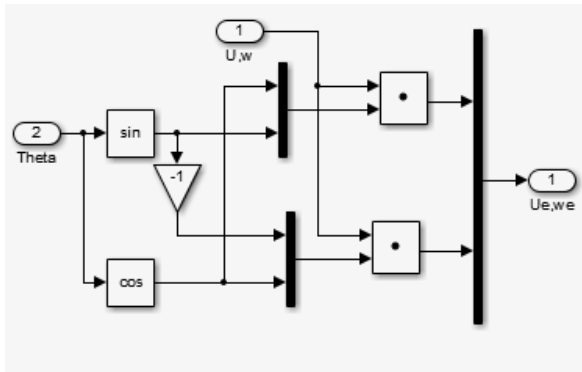
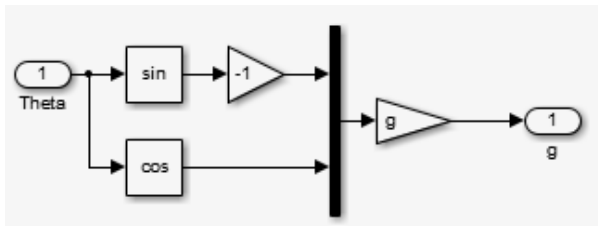
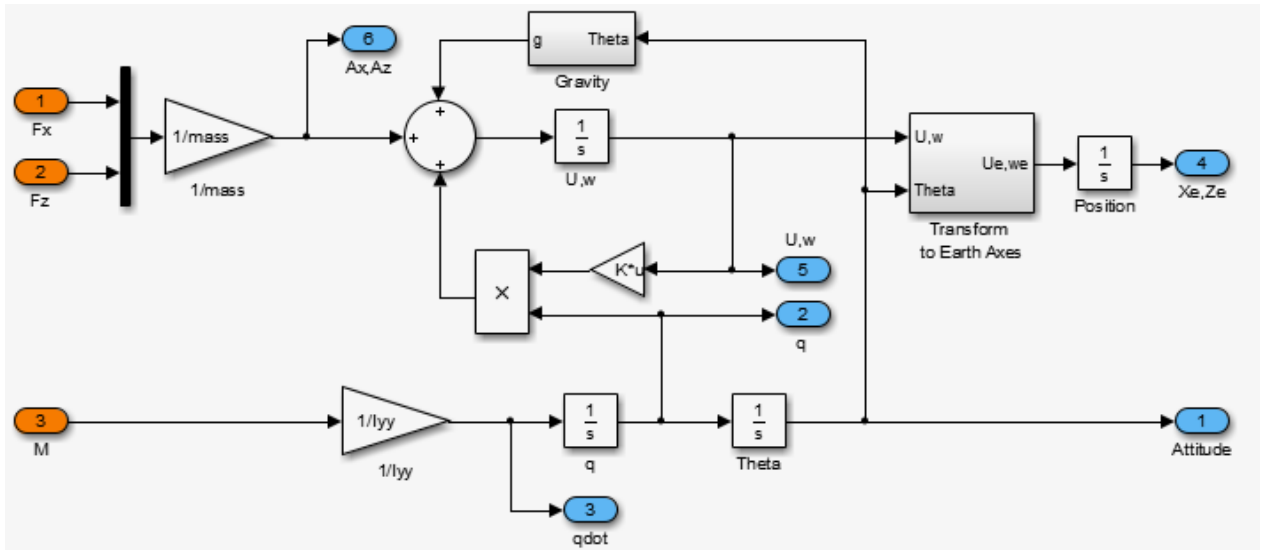
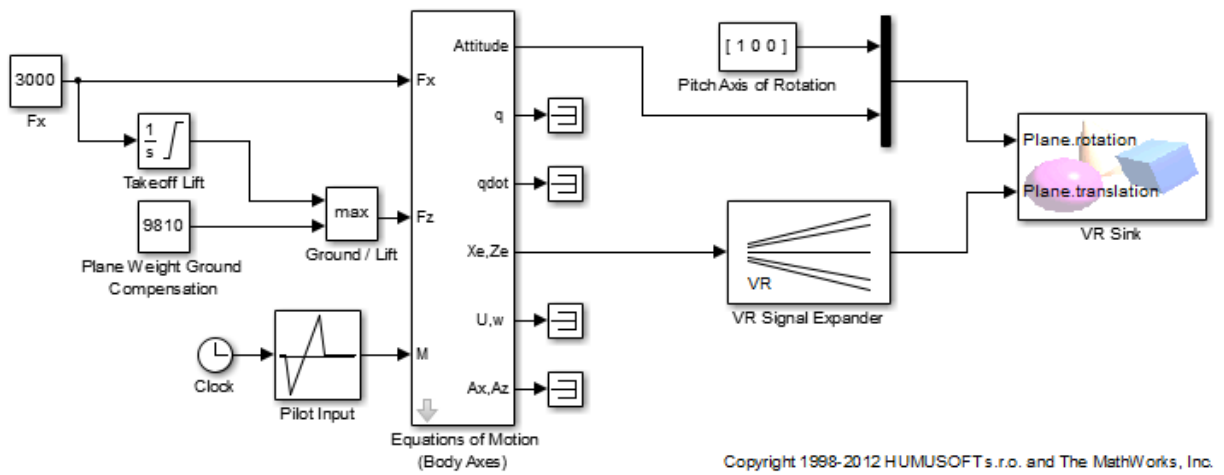
$$\theta' = \frac{1}{s} \cdot \frac{M}{J} \quad \text{et} \quad \theta = \frac{1}{s^2} \cdot \frac{M}{J}$$

- **On comparera sommairement les 3 équations obtenues sur O_x , O_z et O_y avec les équations rentrées dans l'exemple du programme VRTKOFF.slx (ou .mdf) situé dans la bibliothèque**

C:/programmes/Matlab/R2022a/toolbox/sl3d/sl3ddemos

Attention avec l'exemple dans le logiciel g est négatif.

On vérifiera s'il n'y a pas d'erreur dans l'exemple fourni...



Le point designe ici le produit scalaire

2. Décollage

On se place dans le cas de figure où l'avion ne peut circuler que dans le plan (Ox , Oz)

Implémenter les 3 équations établies précédemment pour créer votre propre modèle de simulation de l'avion.

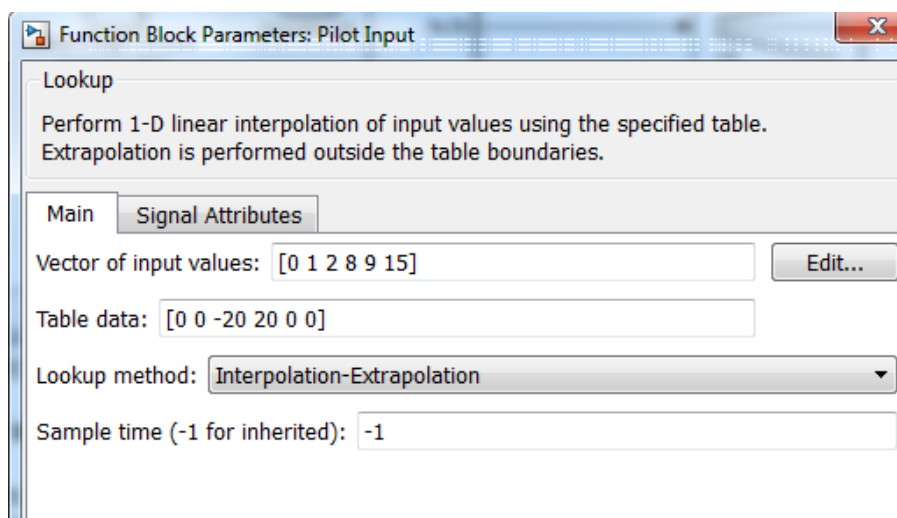
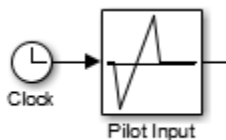
Remarque : La force de réaction de la piste sur l'avion empêche l'aéronef d'avoir une accélération et **une vitesse négative** suivant Oz juste avant le décollage quand il est encore au sol.

Cette force n'est pas prise en compte dans le modèle donné en exemple et ne sera pas prise en compte dans un premier temps dans votre propre modèle.

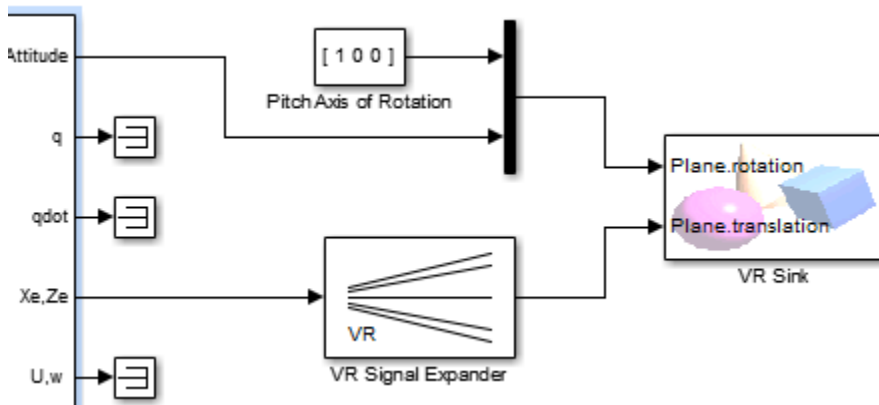
Attention : nécessaire introduction dans les équations sous Simulink de la réaction du sol (compensant le poids) avant le décollage

On pourra réaliser un sous schéma avec un masque permettant de rentrer directement des variables caractéristiques telle que **mass** (la masse de l'avion), **g** (l'accélération terrestre), J (le moment d'inertie de l'avion par rapport à l'axe OY) avec $J = I_{yy} = 1000\text{Kg.m}^2$

On communiquera à l'avion un couple de 20N.m à un temps donné pour impulser la rotation autour de l'axe Oy et autre couple de sens inverse un peu plus tard pour stopper cette rotation, à l'aide tableau look-up table comme indiqué ci-dessous



Pour visualiser les résultats, on se servira de la représentation graphique du programme VRTKOFF où l'attitude désigne l'angle d'assiette θ :

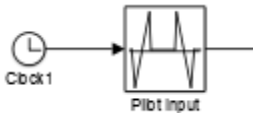


On pourra utiliser la fonction scope disponible dans la bibliothèque SINK de simulink pour observer les variables au cours du temps.

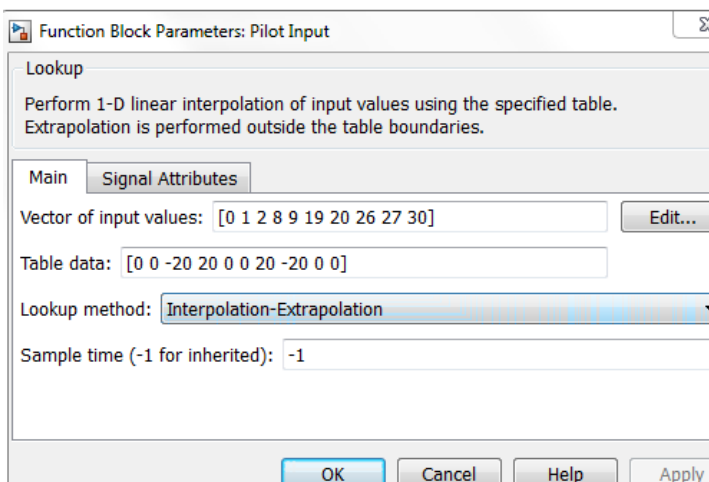
Visualiser vos résultats suivant les axes x, z tant pour les vitesses u (suivant x) et w (suivant z) que pour les positions x et z en fonction du temps. On visualisera également $\theta(t)$.

3. Rétablissement d'un angle d'assiette nul après le décollage

On rétablira après le décollage l'assiette à $\theta = 0$ afin de faire voler l'avion en vitesse de croisière en modifiant les couples de la fonction « pilot input » contrôlé par la variable temps.

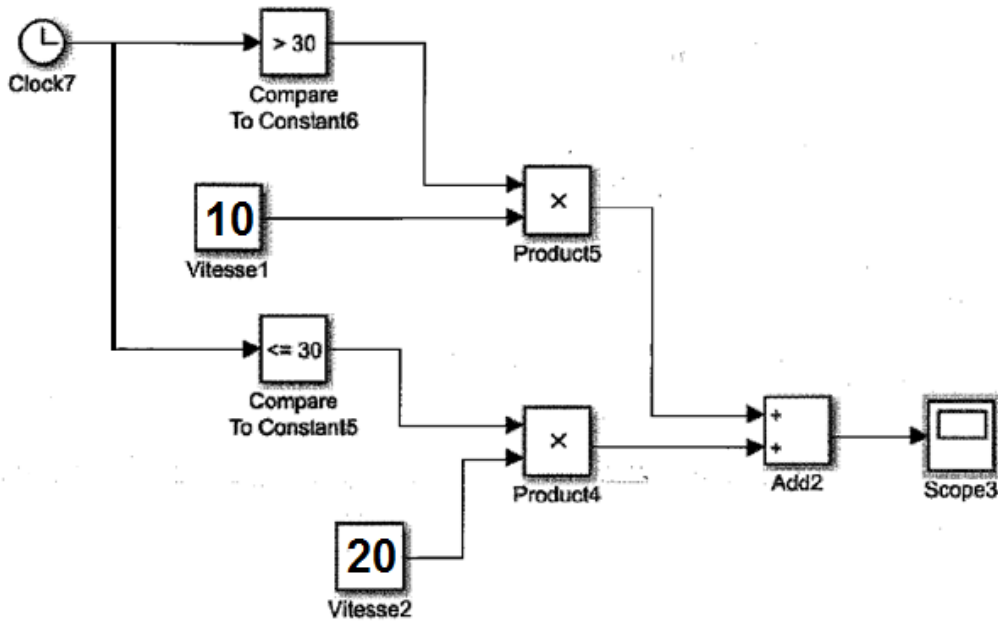


avec les données suivantes sur les couples C suivant le temps :



4. Des **Turbulences entraînant des pertes d'altitude** peuvent avoir lieu à cause du transitoire en vitesse verticale w . Perturbation verticale (trou d'air) suivant OZ.

Introduire une régulation sur w permettant de stabiliser verticalement l'avion après 35 secondes par exemple et la tester avec une perturbation après 40 secondes par exemple. On se servira pour cela du multiplexage temporel décrit ci-dessous (commutation à 30s) :



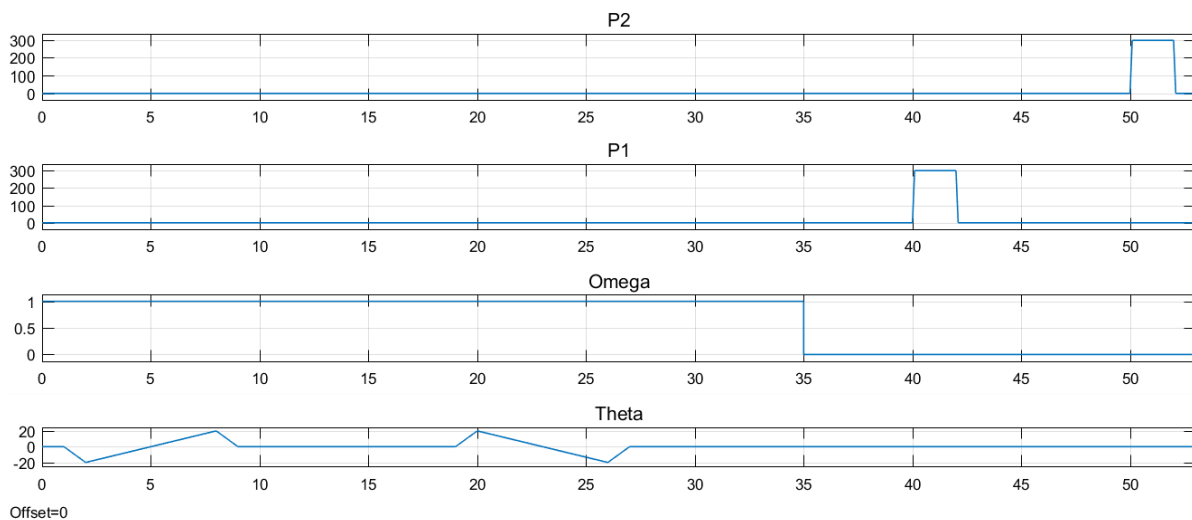
5. **Turbulences entraînant des variations de vitesse horizontale u** suivant OX. Perturbation horizontale par exemple due à un vent frontal. Introduction d'une régulation sur u après 45 secondes par exemple

Introduire une régulation sur u permettant de stabiliser horizontalement l'avion et la tester avec une perturbation après 50 secondes par exemple.

Exemple de perturbations :

P1 : perturbation 1 après 40 secondes

P2 : perturbation 2 après 50 secondes



Offset=0

ANNEXE 1

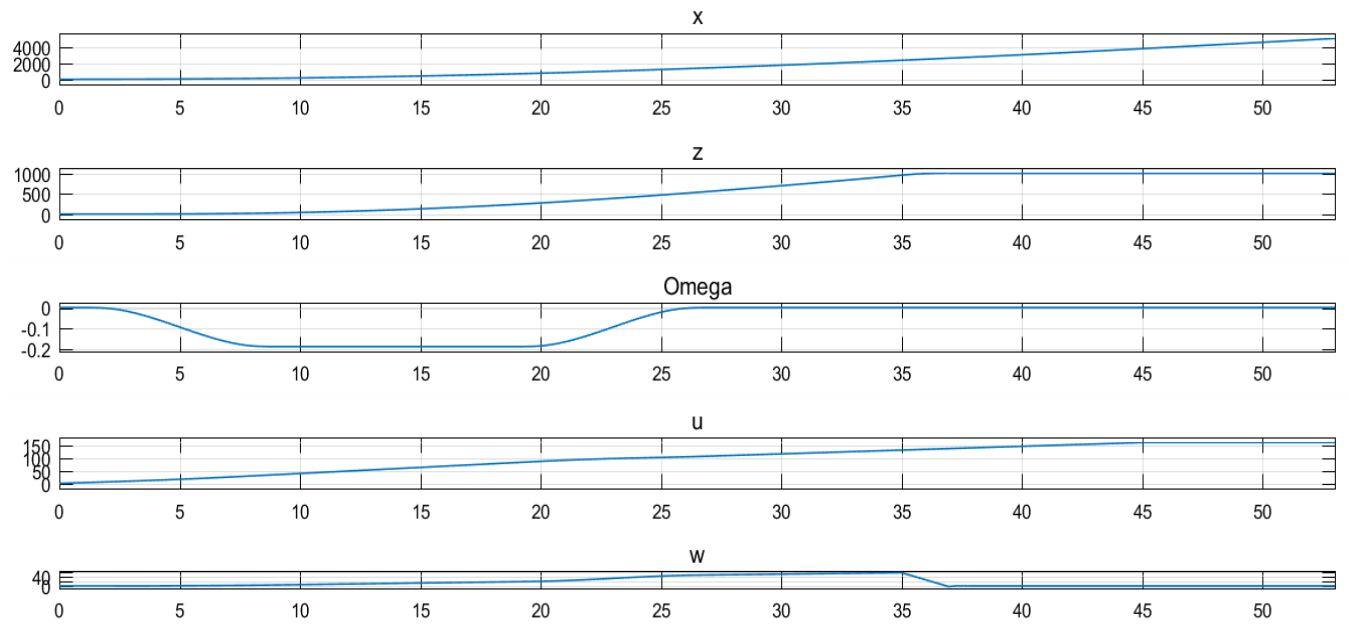
Création du masque

Subsystem (mask)	
Parameters	
Vitesse initiale [m/s]	0
Angle d'assiette initiale [rad]	0
Angle d'incidence initiale [rad]	0
Vitesse de rotation initiale/Oy	0
Position initiale (x z) [m]	[0 0]
Masse [Kg]	1000
Moment d'inertie [Kg.m ²]	1000
Gravité	9.81

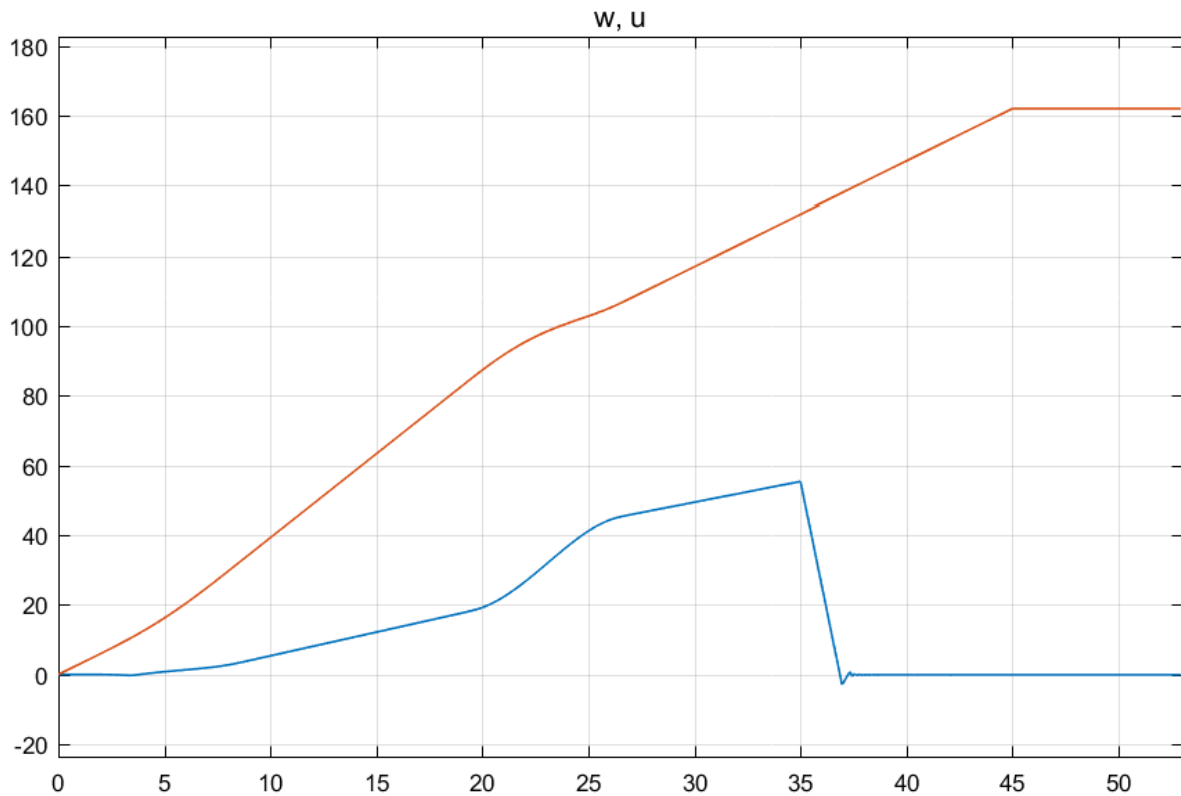
#	Prompt	Variable
1	Vitesse initiale [m/s]	v_ini
2	Angle d'assiette initiale [rad]	theta_ini
3	Angle d'incidence initiale [rad]	alpha_ini
4	Vitesse de rotation initiale/Oy	q_ini
5	Position initiale (x z) [m]	pos_ini
6	Masse [Kg]	mass
7	Moment d'inertie [Kg.m ²]	Iyy
8	Gravité	g

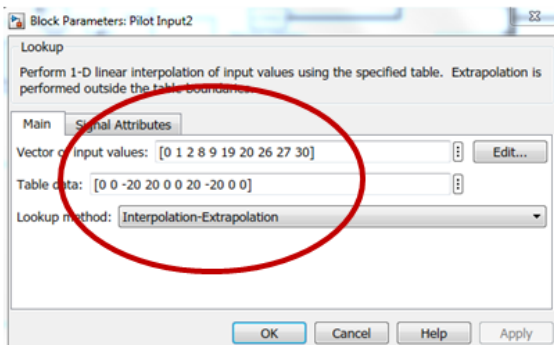
ANNEXE 2

Exemple de résultats

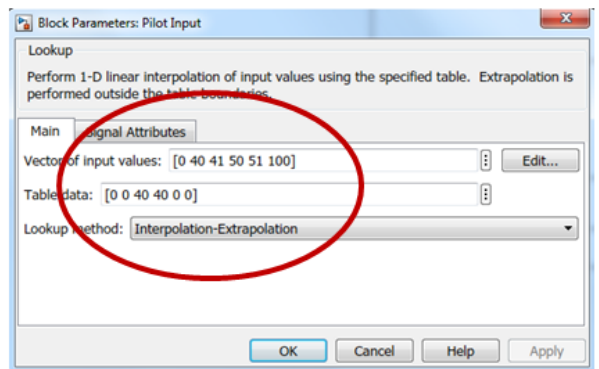


Offset=0

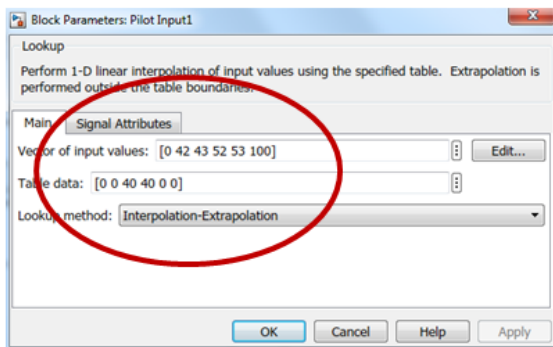




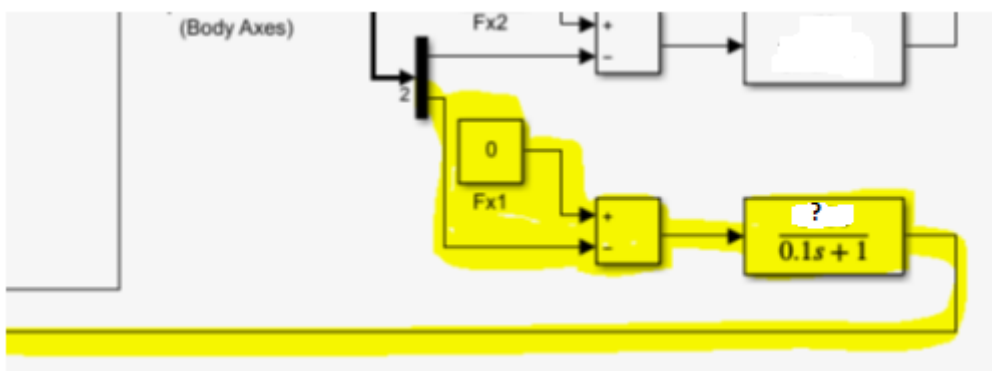
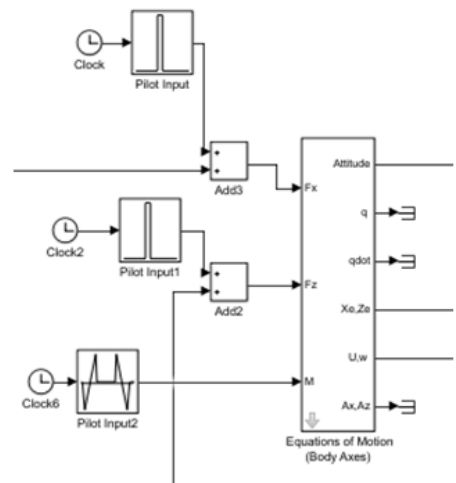
Trou d'air



Perturbation 1 sur Fx



Perturbation 2 sur Fz



Mise en place d'une régulation sur la vitesse suivant l'axe oz

