

Ingénieur 2000, IR 2e année

Examen d'algorithmique

20 décembre 2006, durée : 2h

Automates

1. Appliquer l'algorithme de minimisation d'automate (de Moore) à l'automate $A = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, \{a, b\}, 0, \{3, 4\}, \delta)$ dont la fonction de transition est donnée par la table :

δ	0	1	2	3	4
a	1	3	1	1	2
b	3	2	4	4	4

et donner l'automate minimal équivalent.

2. Appliquer le test d'équivalence d'automates à l'automate A ci-dessus et à $B = (\{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}, \{a, b\}, 10, \{12, 13, 16, 18\}, \tau)$ dont la fonction de transition est donnée par la table :

τ	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a	11	13	15	17	15	18	14	13	14
b	12	14	16	18	18	14	16	14	18

en décrivant les étapes du calcul. Quelle est la conclusion ?

Union-Classe

3. Décrire comment implémenter le type abstrait de données permettant de représenter des partitions de l'ensemble $\{1, 2, \dots, n\}$ soumises aux deux seules opérations UNION et CLASSE.
Quel algorithme pour l'opération UNION permet d'obtenir un temps d'exécution $O(\log n)$ pour le calcul de CLASSE ?
4. Écrire en langage C ou Java la technique de compression de chemins. Quel résultat produit-elle sur le temps d'exécution global ?

Doublement

Pour le mot $y = y[0]y[1] \dots y[n-1] = y[0..n-1]$ on définit la relation d'équivalence R_k , $0 < k < n$, sur les positions de y par $(i, j) \in R_k$ (ou $i \equiv_k j$) si et seulement si :

$$y[i.. \min\{i+k-1, n-1\}] = y[j.. \min\{j+k-1, n-1\}].$$

5. Énoncer le lemme de doublement et indiquer comment il est utilisé pour calculer R_{2k} à partir de R_k .
6. Quel temps faut-il pour trier les suffixes de y si ses lettres sont prises dans un ensemble quelconque ? Même question si les lettres appartiennent à $\{0, 1, \dots, n-1\}$?

Expressions rationnelles

7. Dessiner l'automate (non déterministe) équivalent à l'expression rationnelle $(a+b)^*aba$ que l'on obtient par la méthode de Thompson.
8. Pour la même expression dessiner l'automate (déterministe) minimal que l'on obtient par la construction directe, en décrivant les étapes du calcul.

Alignement

9. Utiliser la table ci-dessous pour calculer la longueur maximale des sous-mots communs aux deux mots $x = \text{EAWACQGKL}$ et $z = \text{ERDAWCQPGKWY}$.
10. Tracer sur la table un plus long sous-mot commun à x et z .

Prénom Nom :

T	j	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
i		$z[j]$	E	R	D	A	W	C	Q	P	G	K	W	Y
-1	$x[i]$													
0	E													
1	A													
2	W													
3	A													
4	C													
5	Q													
6	G													
7	K													
8	L													