Surjectivité — démonstrations

Soit l'énoncé

« Soit $f : \mathbb{N} \to \{0, 1, 2\}$ l'application définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $f(n) := m$ où m est le reste de la division entière de n par 3. Alors, f est surjective. ».

Démonstration : il s'agit de montrer que tout élément de $\{0, 1, 2\}$ admet au moins un antécédent. Par définition de f, on a $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ et $f(2) = 2$. Ceci montre que f est surjective.

Soit l'énoncé

« Soit $g : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ l'application définie pour tout $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ par $g((x, y)) := y - x$. Alors, g est surjective. ».

Démonstration : soit x un élément de $\mathbb{Z}$. Par définition de g, on a $g((0, x)) = x - 0 = x$. Nous avons ainsi montré que x admet au moins un antécédent. Par conséquent, g est surjective.