Injectivité — démonstrations

Soit l'énoncé

« Soit $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ l'application définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $f(n) := n + 1$. Alors, f est injective. ».

Démonstration : soient n et n' deux éléments de $\mathbb{N}$ tels que $f(n) = f(n')$. Alors, par définition de f, on a que $n + 1 = n' + 1$. Ceci montre que $n = n'$ et donc que f est injective.

Soit l'énoncé

« Soit $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ définie pour tout $x \in \mathbb{Z}$ par $g(x) := (0, -x)$. Alors, g est injective. ».

Démonstration : soient x et x' deux éléments de $\mathbb{Z}$ tels que $g(x) = g(x')$. Alors, par définition de g, on a que $(0, -x) = (0, -x')$. Ceci implique que $-x = -x'$ et ainsi, $x = x'$. L'application g est donc injective.