TDs de Logique. Feuille 3

Exercice 1.— Montrer que
$\vdash A \to (A \to A)$
$\vdash (p \to q) \to ((q \to r) \to (p \to r))$
$\vdash (A \to B \to C) \to (B \to A \to C)$

Exercice 2.— Montrer que
$\vdash (A \wedge B) \to B \wedge A$.
Donner une fonction Caml du type :

```
- : 'a * 'b -> 'b * 'a = <fun>
```

Exercice 3.— Montrer que
$\vdash (A \wedge (B \wedge C)) \to (A \wedge B) \wedge C$.
Donner une fonction Caml du type :

```
- : 'a * ('b * 'c) -> ('a * 'b) * 'c = <fun>
```

Exercice 4.— Montrer que
$\vdash ((A \wedge B) \to C) \to (A \to B \to C)$.
Donner une fonction Caml du type :

```
- : ('a * 'b -> 'c) -> 'a -> 'b -> 'c = <fun>
```

Exercice 5.— Montrer que
$\vdash (A \to (B \wedge C)) \to (A \to B) \wedge (A \to C)$.
Donner une fonction Caml du type :

```
- : ('a -> 'b * 'c) -> ('a -> 'b) * ('a -> 'c) = <fun>
```

Exercice 6.— Montrer que
$\vdash (A \to B) \to (B \to A \to C) \to (A \to C)$.
Donner une fonction Caml du type :

```
- : ('a -> 'b) -> ('b -> 'a -> 'c) -> 'a -> 'c = <fun>
```

Exercice 7.— Montrer que
$\vdash (A \to A \to B) \to (A \to B)$.
Donner une fonction Caml du type :

```
- : ('a -> 'a -> 'b) -> 'a -> 'b = <fun>
```

Exercice 8.— Montrer que
$\vdash (A \wedge A) \leftrightarrow A$, c'est-à-dire
$\vdash (A \wedge A) \to A$ et
$\vdash A \to (A \wedge A)$.
Donner une fonction Caml du type :

```
- : 'a -> 'a * 'a = <fun>
```

et une du type :

```
- : 'a * 'a -> 'a = <fun>
```

Exercice 9.— Montrer que
$\vdash A \vee (B \wedge C) \to (A \vee B) \wedge (A \vee C)$.
$\vdash (A \vee B) \to (B \vee A)$.
$\vdash A \to \neg\neg A$.
$\vdash (A \to B) \to (\neg B \to \neg A)$.