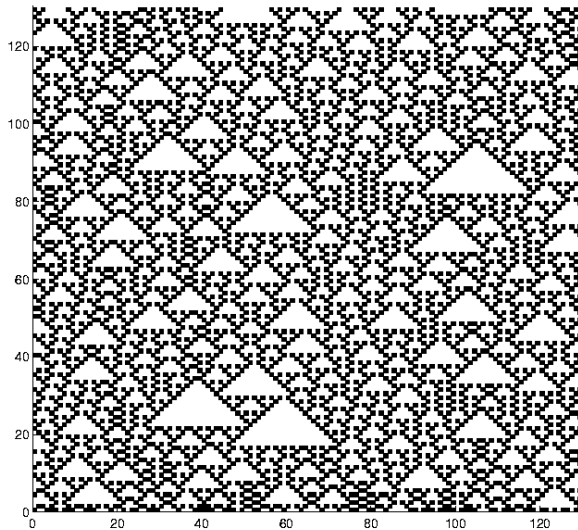


Limites Continues de Certains Automates Cellulaires Probabilistes

Philippe Chassaing & Lucas Gerin
Institut Élie Cartan (Nancy)

Journées ALÉA - Mars 2007

Automate Cellulaire Élémentaire



Définition

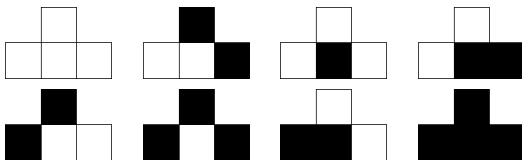
Un Automate Cellulaire Élémentaire, c'est un triplet $(n, x(0), \delta)$

- $n \geq 1$ est **le nombre de cellules**,
- $x(0) \in \{0, 1\}^n$ est **la configuration initiale**,
- $\delta : \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$ est **la règle**, ou *fonction de transition*.

Définition

Un Automate Cellulaire Élémentaire, c'est un triplet $(n, x(0), \delta)$

- $n \geq 1$ est le **nombre de cellules**,
- $x(0) \in \{0, 1\}^n$ est la **configuration initiale**,
- $\delta : \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$ est la **règle**, ou fonction de transition.



synchrone « À chaque unité de temps, **chaque cellule** évolue selon la règle δ et l'état de ses deux voisines. »

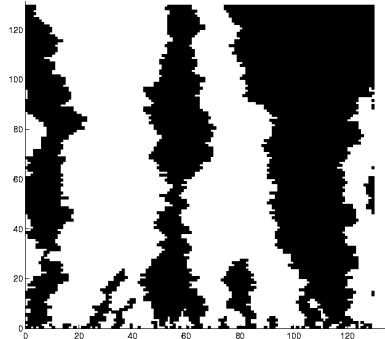
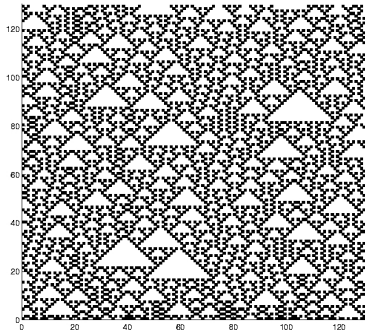
asynchrone « À chaque unité de temps, **on tire une cellule** au hasard, elle évolue selon la règle δ et l'état de ses deux voisines. »

synchrone « À chaque unité de temps, **chaque cellule** évolue selon la règle δ et l'état de ses deux voisines. »

asynchrone « À chaque unité de temps, **on tire une cellule** au hasard, elle évolue selon la règle δ et l'état de ses deux voisines. »

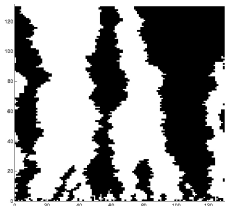
cf. N.Schabanel & N.Fatès, D.Régnault ALÉA 2005-06

Simulation synchrone/asynchrone



Quelques questions

- Peut-on quantifier la perturbation induite par l'asynchronisme ?
- Convergence vers quelque chose de brownien ?
- Interactions entre zones voisines ?



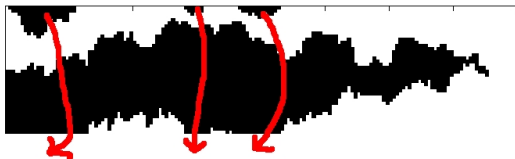
Un exemple de résultat

Pour simplifier, une seule zone noire: $x(0) = 0^{n/2}1^{n/2}$.



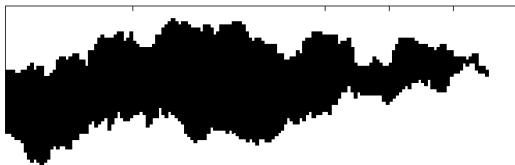
Un exemple de résultat

Pour simplifier, une seule zone noire: $x(0) = 0^{n/2}1^{n/2}$.



Un exemple de résultat

Pour simplifier, une seule zone noire: $x(0) = 0^{n/2}1^{n/2}$.



Un exemple de résultat

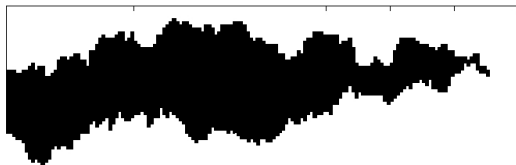
Pour simplifier, une seule zone noire: $x(0) = 0^{n/2}1^{n/2}$.

Théorème

Soit (L_k, R_k) le processus des frontières,

$$\left(\frac{L_{\lfloor tn^3 \rfloor}}{n}, \frac{R_{\lfloor tn^3 \rfloor}}{n} \right)_{t \geq 0} \Rightarrow \left(\frac{1}{2} + B_t, 1 + B'_t \right)_{t \geq 0},$$

où B, B' sont deux Mouvements Browniens indépendants, arrêtés quand ils se rencontrent.



Pour d'autres choix de δ , convergence vers

- 1 Browniens réfléchis, coalescents, les deux...
- 2 Processus déterministe.
- 3 Pas de convergence.