A CYCLAGE POSET STRUCTURE FOR LITTLEWOOD-RICHARDSON TABLEAUX EXTENDED ABSTRACT

MARK SHIMOZONO

Abstract. A graded poset structure is defined for the sets of Littlewood-Richardson (LR) tableaux that count the multiplicities of an arbitrary Schur function in a product of Schur functions indexed by a sequence of rectangular partitions, extending the theory of the cyclage poset on column-strict tableaux that was developed by Lascoux and Schützenberger. Combinatorial formulas are obtained for the q-analogues of the above LR multiplicities, which include the Kostka-Foulkes polynomials, the coefficient polynomials of two-column Macdonald-Kostka polynomials, and the Poincaré polynomials of isotypic components of coordinate rings of closures of conjugacy classes of nilpotent matrices, and certain Demazure characters of affine type A. These q-analogues conjecturally coincide with q-analogues of the cardinality of certain sets of rigged configurations and the q-analogues of LR coefficients defined by the spin-weight generating functions of ribbon tableaux of Lascoux, Leclerc, and Thibon.

Résumé. Nous définissons une structure d'ordre partiel sur l'ensemble des tableaux de Littlewood-Richardson (LR) qui correspondent aux multiplicités d'une fonction de Schur arbitraire dans un produit de fonctions de Schur indexées par une séquence de partages rectangulaires. Ceci est une extension de la théorie d'ordre partiel de cyclage sur les tableaux colonnes développée par Lascoux et Schützenberger. Nous obtenons des formules combinatoires pour les q-analogues des multiplicités LR ci-haut. Ceci inclut les polynômes de Kostka-Foulkes, les coefficients polynomiaux des polynômes de Macdonald-Kostka pour deux colonnes, les polynômes de Poincaré des composantes isotypiques de l'anneau de coordonées de la fermeture des classes de conjugaison des matrices nilpotentes, et les polynômes de Poincaré de certains caractères affines de Demazure de type A. Nous conjecturons que ces q-analogues coïncident avec les q-analogues des cardinalités de certains ensembles de configurations "rigged" et avec les q-analogues des coefficients LR définis par les fonctions génératrices de spins pondérés pour les tableaux rubans de Lascoux, Leclerc et Thibon.

1. Introduction

This extended abstract is based on [18].

In a series of papers [10] [11] [12] [7] Lascoux and Schützenberger developed a deep tableau theory to describe properties of the Kostka-Foulkes polynomials, which are q-analogues of weight multiplicities in type A or equivalently the number of column-strict tableaux of a fixed shape and content. The pinnacle of this theory is the cyclage poset structure on column-strict tableaux.

These polynomials occur as special cases of Poincaré polynomials $K_{\lambda;R}(q)$ of isotypic components of certain graded modules that afford compatible actions of $GL(n)$ and the coordinate ring of the closure of the conjugacy class of a nilpotent $n\times$