Chern Forms on Flag Manifolds and Forests

(Extended Abstract)

Alexander Postnikov

Department of Mathematics
M.I.T., Cambridge, MA 02139

Boris Shapiro

Department of Mathematics
University of Stockholm
Stockholm, S-10691, Sweden

and

Mikhail Shapiro

Department of Mathematics
Royal Institute of Technology
Stockholm, S-10044, Sweden

November 30, 1997

Summary

Let $\mathcal{A}_n$ be the ring generated by the Chern 2-forms of n standard hermitian line bundles over the flag manifold $\mathrm{SL}(n,\mathbb{C})/\mathrm{B}$. We prove a conjecture from [3] that the dimension of $\mathcal{A}_n$ is equal to the number of forests on n labelled vertices. We present an explicit construction for a monomial basis in $\mathcal{A}_n$. More generally, the results naturally extend to a wider class of rings, whose bases are labelled by generalized parking functions.

Résumé

Soit $\mathcal{A}_n$ l'anneau engendré par les 2-formes de Chern des n fibrés linéaires standards sur la variété de drapeaux $\mathrm{SL}(n,\mathbb{C})/\mathrm{B}$. Nous démontrons une conjecture de [3] qui donne la dimension de $\mathcal{A}_n$ comme étant le nombre de forêts sur n points étiquetés. Nous donnons une construction explicite pour une base monomiale de $\mathcal{A}_n$. Plus généralement, ces résultats s'étendent à une plus grande classe d'anneaux dont les bases sont étiquetées par une généralisation des fonctions de stationnements.