TD de calculabilité

Problèmes NP-complets

• Soit G un graphe non orienté. Une clique est un sous-graphe complet de G. Le *problème de la clique* est le suivant :
donnée : G, k
question : G contient-il une clique de taille k ?
Montrer que le problème de la clique est NP-complet. (on réduira 3-FNC-SAT au problème de la clique).

• Le *problème du sous-graphe isomorphe* prend deux graphes non orientés G_1 et G_2 et demande si G_1 est isomorphe à un sous-graphe de G_2. Montrer que le problème du sous-graphe isomorphe est NP-complet.

• Etant donné une matrice entière A de taille $m \times n$ et un vecteur entier b de taille m, le *problème de la programmation entière* $0-1$ demande s'il existe un vecteur entier x de taille n dont les éléments sont pris dans l'ensemble $\{0, 1\}$ tel que

$$Ax \leq b.$$

Démontrer que le problème de la programmation entière $0-1$ est NP-complet. (On effectura la réduction à partir de 3-FNC-SAT).

• Soit 2-FNC-SAT l'ensemble des formules booléennes satisfiables mises sous forme FNC comportant exactement 2 littéraux par clause. Montrer que 2-FNC-SAT $\in \mathcal{P}$. (On remarquera que $x \vee y$ est équivalent à $\neg x \rightarrow y$. Réduire 2-FNC-SAT à un problème résoluble efficacement sur un graphe orienté).